

Guia docent

200203 - VD - Varietats Diferenciables

Última modificació: 01/06/2023

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).

Curs: 2023 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE

Altres: Primer quadrimestre:
CARLES BATLLE ARNAU - M-A
FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE - M-A

CAPACITATS PRÈVIES

Totes les adquirides en les assignatures d'Àlgebra Lineal, Algebra Multilineal, Càlcul en una variable, Càlcul Diferencial, Càlcul Integral, Topologia, Geometria Diferencial i Equacions Diferencials Ordinaries.

REQUISITS

Tenir aprovades les assignatures indicades en l'apartat de capacitats prèvies.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
- Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

- CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
- Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

A les classes teòriques es presentaran i desenvoluparan els continguts del curs. La majoria dels temes seran presentats pels professors, però podria haver-hi algunes sessions amb presentacions a càrrec dels estudiants.

Hi haurà una llista de problemes dissenyats per a ajudar els estudiants a aprofundir i madurar el seu domini dels conceptes i tècniques presentats a la classe de teoria. Alguns problemes es resoldran a classe i altres es deixaran com a treball a lliurar.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Els objectius principals del curs són els següents:

- Entendre i dominar els conceptes bàsics de la geometria diferencial: varietat diferenciable, aplicació diferenciable, espais tangent i cotangent, aplicació tangent, subvarietats, camps vectorials i 1-formes diferencials, camps tensorials, etc.
- Realitzar càlculs bàsics amb els objectes esmentats, tant en coordenades com de forma intrínseca.
- Entendre la interpretació geomètrica dels objectes estudiats i relacionar-los amb els estudiats prèviament a les assignatures de Càlcul diferencial, Càlcul integral, Àlgebra lineal i multilineal, Geometria diferencial i Equacions diferencials així com amb les que es desenvolupin en paral·lel com la Topologia o la Geometria algebraica.

A més, al final del curs, els estudiants haurien de:

- Ser capaços de buscar bibliografia adequada, i d'entendre la literatura científica sobre el tema.
- Ser capaços d'aplicar els conceptes estudiats a altres àrees com la mecànica teòrica, la teoria de control, la física matemàtica o la geometria dels sistemes dinàmics.
- Ser conscients de l'àmplia gamma de camps i problemes als quals es poden aplicar les tècniques de la geometria diferencial.
- Ser capaços d'entrar en un grup de recerca sobre aquest tipus de temes i les seves aplicacions.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

- Temes bàsics.

Descripció:

- 1 - Varietats diferenciables. Fibrat tangent. Camps vectorials i fluxos. Derivada de Lie. Subvarietats i aplicacions diferenciables.
- 2 - Introducció als grups de Lie i àlgebres de Lie. Grups de Lie clàssics i les seves àlgebres de Lie.
- 3 - Distribucions tangents i foliacions. Teorema de Frobenius. Aplicacions.
- 4 - Geometria riemanniana. Connexió de Levi-Civita. Derivació covariant. Geodèsiques i aplicació exponencial. Curvatura. Teorema de Hopf-Rinow.
- 5 - Fibrat cotangent. Formes diferencials. Camps tensorials. Introducció a la cohomologia de de Rham. Sistemes de Pfaff.

Dedicació: 60h

Grup gran/Teoria: 30h

Grup mitjà/Pràctiques: 30h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La nota de l'assignatura s'obté a partir de les notes de treballs lliurats al llarg del curs (20%), d'un control breu (10%) i d'un examen final amb qüestions teòriques (20%) i problemes (50%). Si la nota del control és més baixa que la de l'examen final de problemes, llavors els pesos respectius seran 0%, 60%.

En el cas d'un grup petit, l'examen escrit pot ser substituït pel treball personal i exposicions orals.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Conlon, L. Differentiable manifolds. 2nd ed. Boston: Birkhauser, 2008. ISBN 9780817647667.
- Carmo, Manfredo Perdigão do. Riemannian geometry. Boston: Birkhäuser, 1992. ISBN 0817634908.
- Lee, John M. Introduction to smooth manifolds. 2nd. New York: Springer, cop. 2013.
- Lee, John M. Riemannian manifolds: an introduction to curvature [en línia]. New York: Springer, 1997 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b98852>. ISBN 038798271X.
- Tu, Loring W. An introduction to manifolds [en línia]. 2nd ed. New York: Universitext, Springer, 2010 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7400-6>. ISBN 9780387480985.

Complementària:

- Gadea, Pedro M.; Muñoz Masqué, Jaime; Mykytyuk, Ihor V. Analysis and algebra on differentiable manifolds [en línia]. 2nd. London: Springer, 2013 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-94-007-5952-7>. ISBN 9789400759510.
- Abraham, R.; Marsden, J.; Ratiu, T. Manifolds, tensor analysis and applications. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1988. ISBN 0387967907.
- Aubin, Thierry. A course in differential geometry. Providence: American Mathematical Society, 2001. ISBN 082182709X.
- Boothby, William Munger. An introduction to differentiable manifolds and riemannian geometry. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 1986. ISBN 012116053X.
- Warner, Frank W. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. Springer, 1983.
- Wasserman, Robert H. Tensors and manifolds with applications to physics. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2004. ISBN 0198510594.
- Lafontaine, Jacques. Introduction aux variétés différentielles. Presses Universitaires de Grenoble, 1996. ISBN 2706106549.

RECURSOS

Enllaç web:

- Pàgina amb informació i materials del curs. <https://web.mat.upc.edu/xavier.gracia/vardif/>