

MÚSICA I MATES (ALE)
FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE

TRANSFORMADORS ELECTROACÚSTICS

ESTEVE SABÉ MARTÍNEZ
CURS:2007- 2008

1.INTRODUCCIÓ:

Aquests dispositius transformen la energia acústica en elèctrica, o viceversa. Hi ha els generadors, es transforma energia mecànica en elèctrica, un exemple són els micròfons. I els altres són els receptors, on es transforma energia elèctrica en mecànica, un exemple són els altaveus i els auriculars.

2.IMPEDÀNCIES:

QUÈ SÓN?

Matemàticament tenim:

$$Z = a + bj \qquad \varphi = \text{arc.tag} \frac{a}{b}$$

Per entendre que és una impedància s'explicarà amb la impedància elèctrica:

$$V = Z \cdot I$$

On:

V = Valor eficaç del voltatge

Z = Impedància

I = Valor eficaç de la intensitat

Si tenim un voltatge:

$$v(t) = V_{\max} \cos(\omega t + \alpha_u)$$

El valor eficaç d'aquest voltatge v és $V = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$

Els valors eficaços són els valors que produirien el mateix efecte energètic si aquests voltatges, corrents... no fossin sinusoïdals.

Si tenim

$$i(t) = I_{\max} \cos(\omega t + \alpha_i)$$

com que $V = Z \cdot I$

tenim:

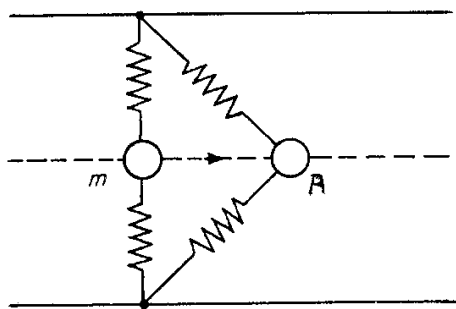
$$v(t) = V_{\max} \cos(\omega t + \alpha_i + \varphi) = I_{\max} \cdot |Z| \cos(\omega t + \alpha_i + \varphi)$$

3 IMPEDÀNCIES IMPORTANTS EN ELS TRANSFORMADORS ELECTROACÚSTICS:

Per tal d'estudiar i entendre que passa en els transformadors, cal parlar abans de tres impedàncies: la impedància mecànica Z_m , la impedància elèctrica Z_e , i la impedància acústica Z_a .

SISTEMA MECÀNIC I VIBRANT DE UN GRAU DE LLIBERTAT IMPEDÀNCIA MECÀNICA:

Si tenim una massa m subjectada per unes molles:



Tindrem:

$$r_m \frac{d\xi}{dt} + K\xi = -m \cdot \frac{d^2\xi}{dt^2} \qquad m \cdot \frac{d^2\xi}{dt^2} + r_m \frac{d\xi}{dt} + K\xi = 0$$

on:

ξ = distància de la massa m a la seva posició d'equilibri.

r_m = resistència al medi, degut al frec viscós

K = rigidesa, quan es tracta d'aquests temes, en comptes de parlar de rigidesa K , es parla de $\frac{1}{C_m}$, on C_m és la complacència o elasticitat.

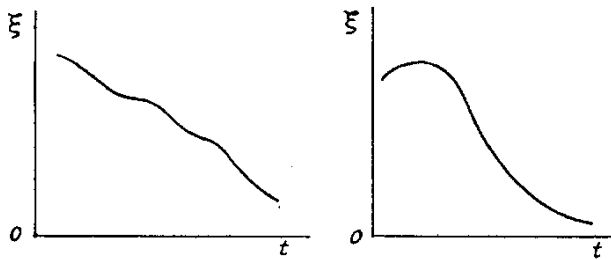
La solució d'aquesta equació diferencial és la següent:

$$\xi = A e^{x_1 \cdot t} + B e^{x_2 \cdot t}$$

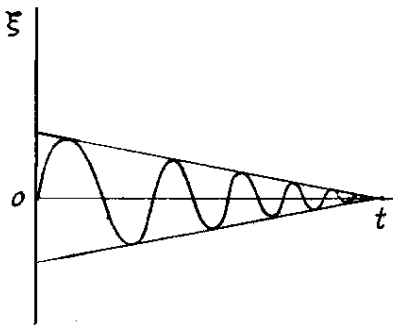
on la x_1 i la x_2 són solucions de la equació:

$$m\ddot{x} = r_m \dot{x} + \frac{1}{C_m} x = 0$$

si les solucions de l'equació anterior son reals, s'obtenen corbes anàlogues a les següents:



Si les solucions tenen part imaginària s'obtenen corbes anàlogues a la següent:



En tot cas $\xi(t) \rightarrow 0$ quan el temps tendeix cap a infinit

Si suposem, ara, que actua sobre la massa una força externa, tenim la següent equació:

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} + r_m \frac{d\xi}{dt} + K\xi = F_{\max} \cdot \cos(\omega t)$$

la seva solució és:

$$\xi = A \cdot e^{x_1 \cdot t} + B \cdot e^{x_2 \cdot t} - \frac{F_{\max}}{|Z_m| \cdot \omega} \sin(\omega t - \varphi)$$

on $|Z_m| = \sqrt{r_m^2 + (\omega m - \frac{1}{\omega C_m})^2}$ és l'anomenada impedància mecànica i

$$\varphi = \arctan \frac{(\omega m - \frac{1}{\omega C_m})}{r_m}$$

De la equació:

$$\xi = A \cdot e^{x_1 \cdot t} + B \cdot e^{x_2 \cdot t} + \frac{F_{\max}}{|Z_m| \cdot \omega} \sin(\omega t - \varphi)$$

al cap d'un cert temps podem negligir el terme: $A \cdot e^{x_1 \cdot t} + B \cdot e^{x_2 \cdot t}$ i ens queda:

$$\xi = \frac{F_{\max}}{|Z_m| \cdot \omega} \sin(\omega t - \varphi)$$

que derivant i arreglant acabem obtenint:

$$\frac{d\xi}{dt} = u = \frac{F_{\max}}{|Z_m|} \cos(\omega t - \varphi)$$

per tant, si ens fixem podem escriure el següent:

$$U \cdot Z_m = F_m$$

on:

U = Valor eficaç de la velocitat

F_m = Valor eficaç de la força

Z_m = impedància mecànica, que és igual a:

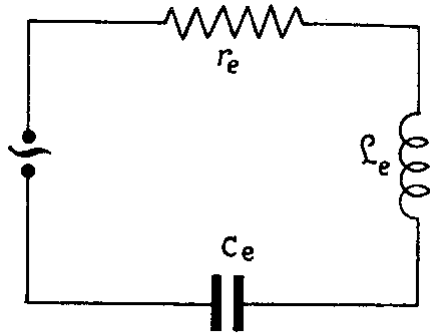
$$Z_m = r_m + j(\omega m - \frac{1}{\omega C_m})$$

tenim aquí una pulsació de ressonància que serà:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{mC_m}}$$

SISTEMA ELÈCTRIC DE UN GRAU DE LLIBERTAT IMPEDÀNCIA ELÈCTRICA:

Sent el circuit el següent:



$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + r_e \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C_e} = 0$$

on:

L = inductància

r_e = resistència elèctrica

C_e = capacitat elèctrica

Si apliquem una f.e.m. sinusoïdal, tindrem:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + r_e \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C_e} = E_{\max} \cdot \sin(\omega t)$$

tenint en conta que $i = \frac{dQ}{dt}$ i procedint de manera anàloga que hem fet per obtenir la impedància mecànica obtenim la impedància elèctrica:

$$Z_e = r_e + (\omega L - \frac{1}{\omega C_e})j$$

i per tant:

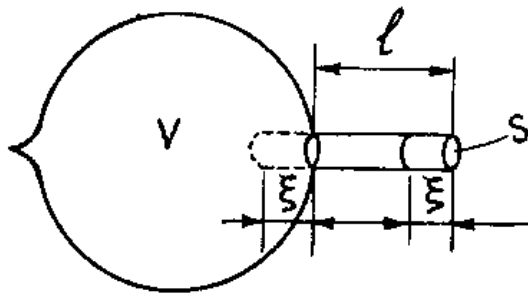
$$Z_e \cdot I = E$$

En aquest cas, el fenomen de ressonància elèctrica, es verifica per la pulsació:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{L_e C_e}}$$

SISTEMA ACÚSTIC DE UN GRAU DE LLIBERTAT
IMPEDÀNCIA ACÚSTICA:

Partint de l'esquema següent:



I aplicant a la superfície una pressió:

$$p = p_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Considerant forces elàstiques, d'inèrcia, de resistència i les forces exteriors, de manera més complicada que els procediments anteriors, fent algunes aproximacions, i càlculs energètics entre d'altres s'acaba arribant a:

$$P = Z_a \cdot V_v$$

On:

P = Valor eficaç de la pressió.

V_v = Valor eficaç de la velocitat de volum que es desplaça, $v_v = \frac{d\xi}{dt} \cdot S = u \cdot S$ i per tant $V_v = U \cdot S$

Z_a = Impedància acústica

Z_a com totes les impedàncies té un terme real i un de complex:

$$Z_a = r_a + X_a j$$

on:

r_a és proporcional a la freqüència, però a partir de 1000 Hz es manté constant

X_a tampoc es constant, depèn de la freqüència.

3.EQUACIONS GENERALS DELS TRANSFORMADORS ELECTROACÚSTICS.

Si tenim un cable per on passa una intensitat en un camp magnètic B, apareix en el cable una força: $f = i \cdot l \cdot B$

La part que multiplica la intensitat ($l \cdot B$, en aquest cas) s'anomena factor d'acoblament A.

I per tant ens queda:

$$f = i \cdot A$$

en valors eficaços:

$$F = I \cdot A$$

Per altre banda, si aquest cable es va movent dins del camp B, es crearà una f.e.m:

$$e = v \cdot l \cdot B$$

$$e = v \cdot A$$

on: v = velocitat

en valors eficaços

$$F = U \cdot A$$

per tant, les equacions que hauran de complir les forces i tensions seran les següents:

$$E = A \cdot U + Z_e \cdot I$$

$$F = Z_m \cdot U + A \cdot I$$

Aquestes equacions són unes equacions molt importants on es veu reflexat el lligam de les variables elèctriques i de les variables mecàniques.

4.MICRÒFONS

Són els dispositius que donen una sortida elèctrica, a partir de l'entrada d'energia acústica la qual abans es transforma en mecànica.

CLASIFICACIÓ:

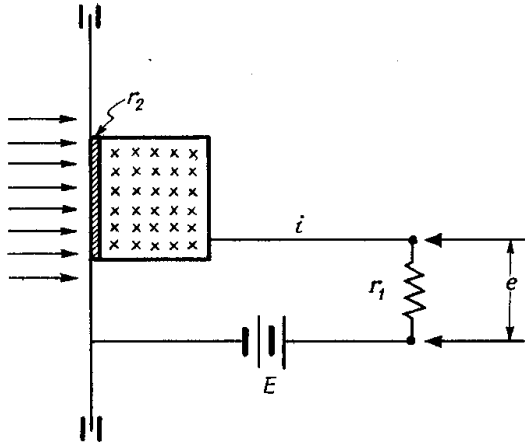
Tots els micròfons porten una membrana o diafragma, si el seu desplaçament es el que dona lloc a la sortida (voltatge), tenim el primer grup de micròfons.

Si en canvi la sortida es motivada per la velocitat de la membrana, llavors tenim el segon grup de micròfons.

Jo en aquest apartat parlaré de com funcionen els micròfons de carbó, que pertanyen al primer grup.

MICROFONS DE CARBÓ:

Estan constituïts per una petita càpsula, que conte carbó, la càpsula està tancada per un diafragma metàl·lic. El diafragma i la càpsula estan units a una font d'energia elèctrica constant E .



La resistència elèctrica r_2 del diafragma- càpsula és variable amb la pressió de les ones acústiques incidents (es veurà més endavant).

Al ser E constant i r_2 variable, també variarà la corrent i , en conseqüència, també serà variable $e = r_1 \cdot i$, ja que r_1 és constant. I aquesta e és la sortida elèctrica.

Aquest micròfon com tots els demés ha de complir la condició de fidelitat, és a dir, que per una pressió sonora constant a totes les freqüències, la tensió de sortida sigui constant.

Com que el sistema descrit (el diafragma) té inèrcia i elasticitat, tindrà també, una determinada freqüència de ressonància, que ve donada per:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

la m és la massa del diafragma i la K la seva rigidesa.

Per freqüències $\omega < \omega_r$ la impedància mecànica conté, essencialment, reactància de rigidesa, i per $\omega > \omega_r$, reactància de massa.

En el primer cas, el micròfon es diu d'*elasticitat preponderant*, i en el segon, de *massa preponderant*.

Ja sabem que:

$$U = \frac{F}{Z_m}$$

$$\text{on : } Z_m = r_m + j(\omega m - \frac{K}{\omega}) = \frac{1}{\omega} [r_m \omega + j(\omega^2 m - K)]$$

Si el micròfon és d'elasticitat preponderant, el terme ωm és sensiblement nul. I si a més r_m és negligible.

$$\text{Tenim: } Z_m = -\frac{1}{\omega} K \cdot j$$

$$\text{Amb lo que: } U = \frac{\omega \cdot F}{-j \cdot K} \text{ i } \text{desplaçament} = \xi = \frac{f}{-K \cdot j}$$

Lo que ens diu que els desplaçaments del diafragma són constants quan la pressió de la ona sonora és constant, i com que la e és proporcional als desplaçaments, tenim que el micròfon serà fidel.

Si el micròfon fos de massa preponderant, s'acabaria obtenint:

$$\text{desplaçament} = \xi = \frac{f}{j \cdot m \cdot \omega^2}$$

i el micròfon no seria fidel en aquest cas.

r_2 s'incrementa en $\pm \Delta r$ quan el micròfon està en funcionament, aquest increment és proporcional a la elongació de la membrana, multiplicant-lo per un cert factor C , per tant tenim, :

$$i = \frac{E}{r_1 + r_2 \pm \Delta r} = \frac{E}{R \pm C \cdot \xi_{\max} \cdot \sin(\omega t)} = \frac{E}{R} \left[1 - \frac{C \cdot \xi_{\max} \cdot \sin(\omega t)}{R} + \frac{(C \cdot \xi_{\max} \cdot \sin(\omega t))^2}{R^2} \right]$$

al fer $R = \pm \Delta r$ i parlar el desenvolupament en el tercer terme.

Gràcies a aquesta fórmula i a la fidelitat del micròfon podem trobar a partir de la $e = r_1 \cdot i$ la ω i la p de la ona incident.

5.ALTAVEUS:

Són aparells capaços de transformar la energia elèctrica en mecànica i finalment en acústica.

Agafant les formules trobades anteriorment:

$$E = A \cdot U + Z_e \cdot I$$

$$F = Z_m \cdot U + A \cdot I$$

per un altaveu:

$$F = 0$$

Llavors es tindrà:

$$U = -\frac{A \cdot I}{Z_m} \qquad I = \frac{E}{Z_e - \frac{A^2}{Z_m}}$$

Vegem tot això en un tipus d'altaveu:

ALTAVEU ELECTRODINÀMIC DE BOBINA MÒVIL:

Consisteix en una bobina constituïda per un cert nombre d'espises, col·locada en una membrana (generalment cònica).

Per tant $A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \cdot B$

I tindrem

$$U = \frac{d\xi}{dt} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \cdot B \cdot I}{\sqrt{r_m^2 + \left(\omega \cdot m - \frac{1}{\omega \cdot C_m} \right)^2}}$$

La potencia acústica irradiada val:

$$P_a = r_a \cdot V_v^2 = r_a \cdot S^2 \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2$$

si agafem una membrana de gran elasticitat (K petita) i despreciam r_m , arribem a:

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \cdot B \cdot I}{\omega \cdot m}$$

A més també sabem que r_a és proporcional a la ω^2 si la freqüència és més petita a 1000Hz.

Això fa que fins a 1000Hz P_a no depengui de la ω .

Perquè tampoc depengui a freqüències més elevades, les membranes són una mica més complexes, de tal forma que a partir de 1000Hz la massa que es posa en moviment vagi augmentant a mida que augmenta la freqüència, així tenim

que $\frac{d\xi}{dt}$ és constant i com que r_a també és constant a partir de 1000Hz, P_a també.

Per tant tenim que P_a només dependrà del valor eficaç de la I .
I la ω de la ona dependrà de la ω de I .

6.BIBLIOGRAFIA

- ELECTROACÚSTICA APLICADA, Francisco J. Escudero
- ACUSTICA, Victoriano López Garcia