

**FME** - Année 2005-2006  
Baptiste Caramiaux

---

Musique et Mathématiques

# La Harpe de Nzakara

Suivant les travaux de Marc Chemillier

---

## Table des matières

|          |                                                    |           |
|----------|----------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>La science des mathématiques et des peuples</b> | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Faisons les présentations</b>                   | <b>5</b>  |
| 2.1      | De quoi est-elle constituée ? . . . . .            | 5         |
| 2.2      | Quel est son rôle ? . . . . .                      | 6         |
| 2.3      | Comment se joue t-elle ? . . . . .                 | 7         |
| <b>3</b> | <b>Des voix et des langages</b>                    | <b>9</b>  |
| 3.1      | Préliminaires . . . . .                            | 9         |
| 3.1.1    | Mots finis et infinis . . . . .                    | 9         |
| 3.1.2    | Automates . . . . .                                | 9         |
| 3.1.3    | Graphe de Nicolaas Govert de Bruijn . . . . .      | 10        |
| 3.2      | Etude des canons . . . . .                         | 10        |
| 3.2.1    | Exemples de canons Nzakara . . . . .               | 10        |
| 3.2.2    | Définition formelle d'un canon . . . . .           | 11        |
| 3.2.3    | Caractérisation des canons mélodiques . . . . .    | 13        |
| 3.2.4    | Erreurs dans le canon . . . . .                    | 15        |
| <b>4</b> | <b>Les structures en escalier</b>                  | <b>17</b> |
| 4.1      | La mise en lumière de la structure . . . . .       | 17        |
| 4.2      | Une propriété importante . . . . .                 | 18        |
| <b>5</b> | <b>Vers une analyse algébrique</b>                 | <b>20</b> |
| 5.1      | Quelques rappels utiles . . . . .                  | 20        |
| 5.1.1    | Définition d'un groupe diédral . . . . .           | 20        |
| 5.1.2    | Propriétés géométriques . . . . .                  | 21        |
| 5.2      | Symétrie, musique et groupe diédral . . . . .      | 21        |
| 5.3      | La harpe Nzakara et les groupes diédraux . . . . . | 23        |
| <b>6</b> | <b>Conclusion</b>                                  | <b>25</b> |

# 1 La science des mathématiques et des peuples

Les Nzakara et Zandé occupent un territoire réparti entre la République centrafricaine, la République Démocratique du Congo et le Soudan. Ces peuples, bien qu'apparentés par leur langue, occupaient au XVIII<sup>ème</sup> siècle différents royaumes. Cependant leur tradition musicale semble commune, notamment l'utilisation de la harpe à cinq cordes, qui est le sujet de notre travail.



FIG. 1 – Carte situant le territoire Nzakara

L'éthnomathématique est une science nouvelle qui s'est beaucoup développée ces dernières années, notamment aux Etats-Unis. Son rôle consiste à étudier des opérations ou raisonnements mathématiques dans les sociétés de tradition orale.

Au préalable, il nous faut prendre conscience qu'une telle étude n'est pas simplement la recherche de structures mathématiques remarquables dans une tradition musicale étrangère. Elle est avant tout la découverte d'un peuple.

Ethymologiquement, le mot est composé du préfixe ethno- (dérivée du grec *ἔθνος* 'toute classe d'origine ou de condition commune') et du suffixe -mathématiques, signifiant grossièrement *description mathématique des peuples*. Nous voyons très nettement la limitation majeure de cette définition dans le fait de ne pas prendre en compte les liens cognitifs sous-jacents. En effet, trouver les points communs entre des données ethnologiques recueillies sur le terrain, et les mathématiques occidentales, se révèle un exercice difficile dans la mesure où les créateurs-artistes n'ont pas nécessairement la notion de "notre mathématique". En préambule il nous faudrait donc nous demander comment définir qu'une activité est mathématique si les personnes qui la pratique ne se l'identifie pas en tant que telle.

Marc Chemillier a bien pris conscience de ce problème et l'expose de la manière suivante : « *La difficulté qui se pose aux ethnomathématiciens est d'établir un pont entre les propriétés formelles des objets qu'ils étudient et l'activité cognitive qui produit ces objets . En d'autres termes, les opérations ou raisonnements de type mathématique que l'on met en évidence résultent-ils d'une activité consciente de l'esprit ?* ».

Il n'est absolument pas dans le but de ce travail d'apporter une réponse à cette question, étant un sujet encore largement ouvert. Pourtant il me paraît nécessaire de considérer avec un peu d'attention les portées de cette science nouvelle, notamment l'importance de la représentation dans une société sans écriture.

Prenons comme exemple notre étude de la harpe de Nzakara. Nous serons amenés à considérer des symétries, dans les structures en canon notamment, sans prendre réellement en compte la manière dont les Nzakara se les représentent. Peut-on dire qu'ils sont conscients de la structure en canon ? La réponse nécessite de connaître la représentation que se font les Nzakara de leur musique. Ainsi, il est préférable de se demander, quelle est l'origine de cette structure musicale ? L'un des principaux argument pour l'expliquer réside dans l'utilisation d'une plante appelée bisibili. Celle-ci est utilisée dans le rituel des jumeaux qui consiste à planter un bisibili devant la case où une naissance de jumeaux a eu lieu. Ce n'est pas un hasard si les Nzakara utilisent cette plante et non une autre. Elle comporte en effet des particularités géométriques singulières : deux rangées de feuilles dans deux plans perpendiculaires et décalées l'une par rapport à l'autre le long de la tige.

En plus d'être une plante utilisée dans les rituels, elle serait aussi une source d'inspiration pour les mélodies Nzakara. La structure en canon nzakara, où deux profils mélodiques sont décalés dans le temps et joués sur deux niveaux différents, ne paraît-elle pas comme une transposition musicale de cette plante ? Les similarités sont attirantes, et ceci en fait une hypothèse élégante, qui reste controversée et rejetée par certains ethnomusicologues comme Klaus-Peter Brenner.



FIG. 2 – La plante des jumeaux ou bisibili

Pour conclure sur cette introduction à l'ethnomathématique, signalons que les champs de recherche de cette science ont principalement porté sur les arts visuels des sociétés sans écriture. En effet, ces arts donnent un support d'étude concret à la différence de la musique dont les propriétés abstraites (et même « invisibles » comme le souligne M.Chemillier), telle que la consonance, sont plus difficilement appréhendables. La musique liée aux mathématiques donnent alors un champ nouveau et important pour découvrir les sociétés sans écriture.

## 2 Faisons les présentations

La harpe prend une place importante dans la culture Nzakara et malgré son aspect primitif, elle détient une complexité singulière. Tout d'abord comme instrument, sa constitution montre une identité implicite. Ensuite le rôle joué par ce petit instrument se révèle d'une grande importance dans la culture sociale Nzakara. Enfin, la manière de la jouer suit un certains nombre de règles simples qui impliquent naturellement les différentes propriétés que nous analyserons dans la partie suivante.

### 2.1 De quoi est-elle constituée ?

Avant tout il est important de se faire une image globale de la harpe nzakara, puis nous détaillerons une spécificité de l'instrument.

La harpe nzakara-zandé possède cinq cordes, en fibre végétale, fixées à un long manche en bois, lequel est prolongé par une tête sculptée. Le corps de l'instrument est constitué d'une caisse naviforme cintrée recouvert d'une peau. Dans celle-ci, il est possible de trouver des trous afin de faciliter la résonance. Les photographies suivantes proviennent des pièces exposées au musée ethnographique de NeufChatel. La harpe de la figure 3 présente deux petits trous anciens et deux gros trous ajoutés par la suite par une autre main.



FIG. 3 – Harpe arquée à manchon ©Musée d'ethnographie de Neuchâtel 2001

Ces harpes sont toujours ornées d'une tête sculptée, qui pourraient apparaître comme un détail esthétique du luthier, pourtant nous allons voir qu'elles matérialisent en quelque sorte, un mode de pensée Nzakara. Comme le souligne Gaetano Speranza dans [6], ces harpes présentent une singularité « *probablement unique dans la sculpture africaine traditionnelle* » : les

têtes sculptées diffèrent pour chaque harpe. Ceci proviendrait, toujours selon Speranza, du fait qu'il n'y ait pas de luthier qu'on pourrait qualifier de professionnel. Un harpiste se fabriquerait sa harpe « *une fois dans le cours de sa vie* ». Il ajoute que la conception d'une harpe est un fait relativement rare. Cette hypothèse de singularité est rejetée par Ezio Bassani, spécialiste italien de l'art africain, qui défend la thèse traditionnelle des historiens de l'art africain, dont la préoccupation majeure porte plus sur la comparaison des différences stylistiques.

Cependant Eric de Dampierre, grand spécialiste des peuples centrafricains, avait déjà mis en lumière la particularité de la pensée Nzakara-Zandé suivante : « *Tout ce qui est sur terre a une existence singulière. Rien n'est identique à rien. Tout s'offre au regard dans sa différence* ».

Conclusion qui irait dans le sens d'une singularité des harpes Nzakara. En outre, il ne reste que très peu de harpistes traditionnels (huit au total), et beaucoup de harpes fabriquées ont été perdues ou cassées.



FIG. 4 – tête sculptée avec barbe stylisée ©Musée d'ethnographie de Neuchâtel 2001

## 2.2 Quel est son rôle ?

Les musiciens-poètes nzakara pratiquent l'art d'ouvrir l'espace, « *d'aller de 'clairière' en 'clairière' [...], autrement dit de parler par figure de style [...] que le vulgaire ne connaît pas.* » ([ref 5], p.64).

Chaque catégorie musicale utilisée par les harpistes Nzakara correspond à une danse créant un couple musical et choregraphique. Il existe différents types de catégories désignées par des termes comme *ngbakia*, *limanza*, *gitangi*. L'ensemble de ces catégories peut être séparé en deux parties distinctes, reflète de la configuration sociale nzakara. En effet, la société nzakara repose sur la distinction entre le clan dominant, les Bandia, et l'ensemble des clans

dominés. « *une distinction analogue se retrouve au plan musical, et conduit à regrouper les catégories musicales nzakara en deux classes, selon qu'elles correspondent ou non à des danses spécifiques du clan Bandia.* » ([7], p.203). Ceci est le premier niveau de signification de la poésie nzakara.

Le deuxième est l'interprétation que le poète veut donner à son chant. Il pourra détourner ou renforcer celui-ci de sa signification sociale. Il apparaît alors que la musique de la harpe peut devenir pour le poète un jeu dangereux, car en chantant il risque sa vie. Les expositions des harpistes se font généralement à des endroits de grande communication sociale. Il parle alors de différents sujets en essayant de dissimuler ses critiques par une rhétorique habile.

La petite tête sculptée trouve ici sa représentation : elle serait le symbole de la parole du poète, et ainsi identifie l'instrument au harpiste lui-même. Eric de Dampierre ajoute que la tête sculptée donne à la Parole un responsable.

### 2.3 Comment se joue t-elle ?

La harpe est tenue verticalement par le joueur. Les cordes aiguës sont les plus proches du harpiste tandis que les graves sont les plus éloignées. Les cordes sont pincées par couple en utilisant les deux mains. Ainsi chaque main pince une et une seule corde à la fois.

Voici les règles retenues pour jouer de la harpe nzakara :

1. Les cordes placées côte à côte ne sont jamais jouées en couple
2. Les cordes extrêmes ne sont jamais jouées en couple

On appelle *formules* les melodies de la harpe. Celles-ci sont jouées en boucle pour accompagner le chant (improvisation poétique du harpiste ou d'une autre personne). Le rythme de ces formules est régulier, s'appuyant sur une pulsation sous-entendue ou alors marquée par des frappements de mains ou des battements de grelots *winga*.

Nous avons parlé précédemment de la singularité des harpes nzakara qui se retrouvait notamment dans la tête sculptée à l'extrémité du manche. Mais la particularité *au singulier* se retrouve aussi bien dans la musique. Elle ne sera pas présente dans l'interprétation, moyen trop explicite de l'affirmer, mais plutôt dans un fondement même de la musique : les échelles musicales. Tout d'abord, Marc Chemillier souligne bien qu' « *il n'y a pas un seul modèle d'échelle musicale chez les Nzakara [...] mais plusieurs modèles d'échelle* ». Ensuite il n'y a pas une seule manière d'accorder la harpe mais il existe « *deux manières distinctes d'accorder l'instrument* » (p. 79).

Ceci montre que la harpe nzakara est bien plus qu'un instrument traditionnel à seule vocation artistique. Son identité importe car elle reflète

l'identité du poète. De même sa sonorité, son accordage donneront d'autant plus de singularité et de signification à la musique jouée par le musicien-poète Nzakara.



FIG. 5 – Le chef Nzakara Mada Nyalikawo accompagne a la harpe une de ses épouses qui chante.

### 3 Des voix et des langages

Dans cette partie nous allons analyser certaines structures mélodiques du répertoire Nzakara. Cette analyse se basera sur la possibilité de superposition de deux voix, et des implications d'une structure en canon sur une telle superposition. Afin de formaliser ceci, nous aurons besoin de notions appartenant au domaine de la *Théorie des Langages* que nous rappellerons en préliminaires.

#### 3.1 Préliminaires

##### 3.1.1 Mots finis et infinis

Soit un ensemble  $A$ , nous appelons mot  $u$  sur l'alphabet  $A$  une séquence des éléments de  $A$ . Par exemple, si  $A$  est l'ensemble des lettres de l'alphabet de la langue française,  $u = nzakara$  sera un mot sur cet ensemble. Nous retrouvons de même les notions de préfixe et suffixe. On note  $|u|$  la longueur de ce mot ( $|nzakara| = 7$ ).

L'opération de *concaténation* de mots finis est l'adjonction de deux mots. Celle-ci est associative sur l'ensemble des mots finis  $A^*$ , qui est appelé langage. Les mots infinis sur l'alphabet  $A$  sont définis comme fonction de  $\mathbb{N}$  dans  $A$ .

Dans le cadre de l'étude de la harpe de Nzakara, nous nous intéressons aux mots infinis périodiques. Un tel mot  $u$  est de période  $m$  (noté *m-periodique*) si  $\forall n \in \mathbb{N} \ u(n+m) = u(n)$ . Si nous définissons l'opération de translation d'un mot  $u$  en un mot  $Tu$  par :

$$Tu(n) = u(n+1) \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

La définition de la *m-périodicité* revient à dire  $T^m u = u$ .

Nous allons maintenant définir la relation de conjugaison entre deux mots  $u$  et  $v$ . Pour deux mots infinis périodiques  $u$  et  $v$ , nous disons qu'ils sont conjugués si :

$$\exists k : \quad v = T^k u$$

Pour deux mots finis, nous disons qu'ils sont conjugués si l'un est une permutation circulaire de l'autre. Ainsi, deux mots infinis *m-périodiques* seront conjugués si leurs préfixes de taille  $m$  le sont (au sens des mots finis).

##### 3.1.2 Automates

Un automate sur un alphabet  $A$  est un graphe ayant deux sous-ensembles  $I$  et  $T$  correspondant à des sommets appelés états initiaux et états finaux. Les transitions entre les sommets du graphe ont un identifiant correspondant à une lettre de l'alphabet  $A$ . Un parcours est alors une suite consécutive

de transitions. Les automates peuvent être utilisés pour savoir si un mot appartient à un langage dont l'alphabet définit les transitions. Nous partons d'un état initial, et pour la première lettre du mot à tester nous regardons si l'étiquette d'une transition correspond à celle-ci. Si oui, nous avançons à l'état suivant (un sommet du graphe), et répétons le processus avec la seconde lettre. Si non, nous savons que le mot n'appartient pas au langage. La condition d'arrêt est de ne plus avoir de lettre à vérifier, et être arrivé à un état final.

### 3.1.3 Graphe de Nicolaas Govert de Bruijn

Le graphe de de Bruijn est un automate particulier utilisé pour créer des mots infinis. Nous utilisons les notations habituelles en théorie des graphes,  $V$  pour l'ensemble des sommets et  $E$  pour l'ensemble des transitions.

Un graphe de de Bruijn d'ordre  $n$  de  $m$  symboles  $s_1, \dots, s_m$  est un graphe orientés tel que

$$V = \{(s_1, \dots, s_1), (s_1, \dots, s_1, s_2), \dots, (s_m, \dots, s_m)\}$$

$$E = \{((v_1, \dots, v_n), (w_1, \dots, w_n)) : v_2 = w_1, \dots, v_n = w_{n-1}\}$$

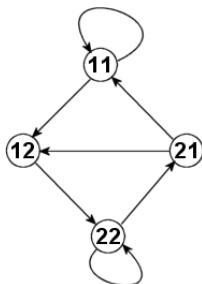


FIG. 6 – Graphe de De Bruijn d'ordre 2 et de 2 symboles

## 3.2 Etude des canons

Afin de se familiariser avec les canons Nzakara, je vous propose de regarder quelques exemples publiés par Marc Chemillier.

### 3.2.1 Exemples de canons Nzakara

Les figures 7 et 8 montrent des exemples de canon du répertoire nzakara. Nous représentons les formules sur les cordes numérotées de  $c_1$  à  $c_5$  de la plus aiguë à la plus grave. Les points représentent les cordes jouées (notez bien que ce sont toujours des couples). Nous avons tracé le profil (ou ligne) mélodique sur les trois cordes aiguës (ligne rouge en haut) et celui sur les

trois cordes graves (ligne bleue en bas) à partir du 5<sup>eme</sup> couple de note. Il apparaît alors que ces lignes sont exactement les mêmes. Dans la musique occidentale, le fait que deux lignes mélodiques soient identiques mais décalées dans le temps est connu sous le nom de canon. Comme la deuxième ligne mélodique commence après 4 notes de la ligne aiguë, on dit que le canon est de distance 4.

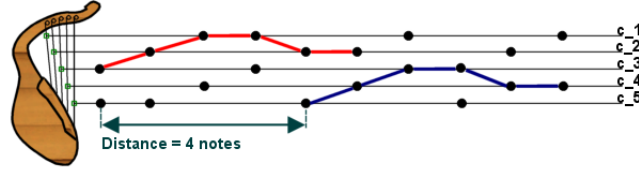


FIG. 7 – Une formule du répertoire Nzakara : canon de distance 4 et de longueur 10

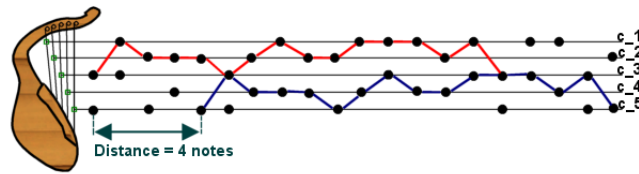


FIG. 8 – Une formule du répertoire Nzakara : canon de distance 4 et de longueur 20

Ce premier exemple nous donne alors une petite idée des canons nzakara. Notons que l'on peut prolonger les deux lignes mélodiques (ce qui sera utile dans la suite pour repérer ce que nous appellerons les erreurs). Nous donnons avec la figure 9 le prolongement effectué sur le premier exemple de canon.

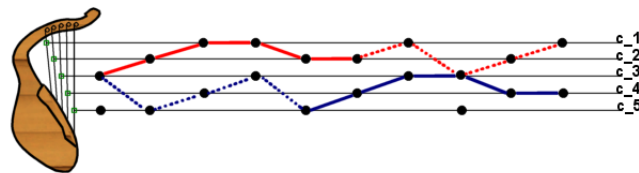


FIG. 9 – Canon de distance 4 et de longueur 10 avec les lignes mélodiques prolongées de part et d'autres des profils du canon

### 3.2.2 Définition formelle d'un canon

Dans cette partie nous allons définir les canons mélodiques à partir du formalisme introduit précédemment, en nous restreignant à l'étude de la harpe. Ainsi, nous n'énoncerons pas les propriétés générales pour un ensemble

polyphonique à  $k$  voix (cf. [4]), mais à 2 voix : la ligne aiguë en tant que voix principale, et la ligne grave comme symétrique.

Commençons par représenter géométriquement les couples possibles dans le jeu de la harpe. Pour cela, nous disposons le numéro de chaque corde autour d'un cercle. Le tracé des couples possibles forme une étoile à cinq branches (cf figure 10) que nous numérotons.

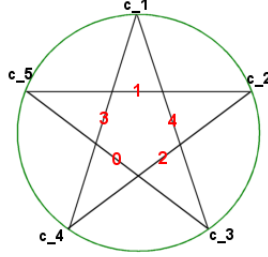


FIG. 10 – Couples de notes placés en étoile. Il en résulte une étoile à cinq branches, que l'on peut identifier de 0 à 4 du plus grave au plus aigu

Au préalable, nous définissons la *superposition* de deux mots infinis. Soient  $E$  un ensemble et  $B$  un sous-ensemble du produit cartésien  $E \times E$ . Typiquement,  $E$  est l'ensemble des cordes de la harpes  $\{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$  et  $B$  l'ensemble des couples possibles vus précédemment,  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Nous disons que  $u$  est la superposition sur l'alphabet  $B$  de 2 mots infinis  $v_0, v_1$ , et notons :

$$u = v_0 \parallel v_1$$

Si et seulement si :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u(n) = (v_0(n), v_1(n))$$

Nous allons utiliser cette notion pour définir les canons. Rappelons que cette structure particulière implique des contraintes pour la superposition de lignes mélodiques. Premièrement, une ligne mélodique doit se répéter, et chaque répétition doit avoir une longueur égale à la période. Deuxièmement, la mélodie est la superposition de la ligne principale, et de sa répétition décalée de la distance  $p$  du canon. Dans le cas d'une superposition de  $k$  lignes, chacune est décalée d'un multiple de  $p$  :  $p, \dots, (k-1)p$ .

Soit  $t$  une fonction bijective allant de  $E$  dans  $E$  dont le rôle est la correspondance entre les deux voix de la mélodie.

**Définition 3.2.1** *Un canon mélodique à 2 voix et de distance  $p$  est un mot infini  $u$  sur l'alphabet  $B$  tel qu'il existe un mot infini  $v$  sur  $E$  satisfaisant*

$$u = t(v) \parallel T^p(v)$$

Ceci signifie que chaque voix peut être déduite de la voix principale  $v$ . Nous pouvons écrire de manière équivalente, que le 2-uplet  $u(n)$  se déduit de la note  $v(n)$  :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u(n) = (t(v(n)), v(n+p))$$

Dans l'exemple de la figure 9 la distance du canon est 4. Le mot  $v$  sur l'alphabet  $E$  sera  $v = c_3c_2c_1c_1c_2c_2$  et la fonction  $t$  sera définie telle que  $t(c_3) = c_5$ ,  $t(c_2) = c_4$  et  $t(c_1) = c_3$ . Ainsi le mot  $u$  obtenu sera :

|        | 1                                          | 2                                          | 3                                          | 4                                          | 5                                          | 6                                          | ... |
|--------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|-----|
| $v$    | $c_3$                                      | $c_2$                                      | $c_1$                                      | $c_1$                                      | $c_2$                                      | $c_2$                                      | ... |
| $t(v)$ | $c_5$                                      | $c_4$                                      | $c_3$                                      | $c_3$                                      | $c_4$                                      | $c_4$                                      | ... |
| $T^4v$ | $c_2$                                      | $c_2$                                      | $c_1$                                      | $c_3$                                      | $c_2$                                      | $c_1$                                      | ... |
| $u$    | $\begin{pmatrix} c_5 \\ c_2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} c_4 \\ c_2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} c_3 \\ c_1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} c_3 \\ c_3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} c_4 \\ c_2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} c_4 \\ c_1 \end{pmatrix}$ | ... |

Nous pouvons observer que pour  $n = 4$  nous obtenons le couple  $(c_3, c_3)$  qui est invalide. Les formules Nzakara utilisent alors le couple suivant  $(c_5, c_3)$ . Ceci montre que les canons nzakara contiennent des erreurs que nous allons étudier ultérieurement.

### 3.2.3 Caractérisation des canons mélodiques

Dans cette partie nous allons énoncer une suite de trois propositions que nous ne démontrerons pas afin de pouvoir déduire plus rapidement des applications concrètes à la harpe de Nzakara. Cependant ces démonstrations pourront être trouvées dans l'article très complet de Marc Chemillier [4].

La motivation de l'étude de caractérisation des canons, notamment à l'aide d'automates finis, est l'automatisation de la création de ces structures mélodiques particulières. Dans l'étude de la harpe nous allons utiliser ces résultats pour déduire des propriétés des formules Nzakara. Dans la démarche d'automatisation, l'idée générale est de décomposer les canons en sous-mots infinis qui pourront être calculés par un automate. Afin d'exprimer cette décomposition, nous commençons par définir une nouvelle transformation : l'opérateur *homothétique*, noté  $H_p$ , qui associe à chaque mot infini  $u$  le mot infini  $H_p u$  définit par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, H_p u(n) = u(pn)$$

De plus nous définissons l'automate  $R$  sur l'alphabet  $B$  comme sous-graphe d'un graphe de Bruijn d'ordre 1 (car nous cherchons la relation entre un couple et un autre et non une concaténation de couples). L'ensemble des sommets, qui sont les mots de longueur 1 formés sur  $B$ , est inchangé. L'ensemble des transitions subi une petite restriction car toutes les transitions

entre les couples de notes ne sont pas acceptées du fait de la définition du canon.

Adoptons la notation  $x^+$  pour définir les composantes de  $x$  dans  $E$ . Ainsi nous aurons une transition entre deux 2-uplets  $x$  et  $y$ , étiquetée  $y$ , si et seulement si la première composante de  $y$  est  $t(x^+)$ . La figure 11 montre l'automate  $R$  (les identifiants des transitions n'y sont pas indiqués).

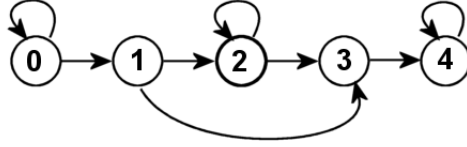


FIG. 11 – Automate  $R$  : transition entre les couples de notes distants de  $p$ .

Nous pouvons alors énoncer la première proposition.

**Proposition 3.2.1** *Un mot infini  $u$  est un canon à 2 voix de distance  $p$  si et seulement si tous les mots infinis  $H_p T^i u$  pour  $0 \leq i < p$  sont étiquettes d'un parcours infini dans l'automate  $R$ .*

L'idée de la démonstration est de montrer que  $u$  est un canon de distance  $p$  si et seulement si  $H_p T^i u$  pour  $0 \leq i < p$  sont des canons de distance 1. De là il est aisé de montrer qu'un canon de distance 1 est une étiquette d'un parcours infini dans  $R$ .

Si  $m$  désigne la période et  $p$  la distance du canon  $u$ , il n'est pas assuré que ces nombres soient premiers entre eux. Introduisons le plus grand commun diviseur  $d$  de ces nombres :  $d = \gcd(m, p)$ . Nous obtenons  $m = m'd$  et  $p = p'd$ , avec  $(m', p') = 1$ . Alors, le sous-mot  $H_d T^i u$  est  $m'$ -périodique.

**Proposition 3.2.2** *Un mot infini  $u$  est un canon à 2 voix de distance  $p$  et de période  $m$  si et seulement si  $H_d T^i u$  pour  $0 \leq i < d$  sont des canons à 2 voix de distance  $p'$  et de période  $m'$ .*

On appelle les  $H_d T^i u$  pour  $0 \leq i < d$  les composantes cycliques de  $u$ . Ainsi, l'étude d'un canon se réduit à l'étude de ses composantes cycliques. Enonçons la dernière proposition.

**Proposition 3.2.3** *Soient  $m, p$  deux entiers premiers entre eux et  $u$  un mot infini de période  $m$ . Alors  $u$  est un canon à 2 voix de distance  $p$ , si et seulement si le sous-mot infini  $H_p u$  est une étiquette d'un parcours cyclique infini dans l'automate  $R$ .*

Munis de ce baguage théorique nous allons pouvoir étudier plus précisément les erreurs dans les canons Nzakara.

### 3.2.4 Erreurs dans le canon

Tout d'abord il faut entendre par erreur, une exception à la règle du canon (qui est une répétition à l'identique) : une note seule non rattachée à la ligne mélodique. Dans la figure 9, où nous avons prolongé les profils mélodiques, nous voyons apparaître deux notes isolées. Ne faisant pas, à proprement parlé, parties de la structure en canon, celles-ci constituent les erreurs. Formellement, ceci signifie qu'il existe certains  $n$  pour lesquels la relation  $u(n) = (t(v(n)), v(n + p))$  n'est pas vérifiée.

Nous allons voir que la formalisation mathématique des canons nzakara montre qu'il est impossible de construire une telle structure au sens strict, c'est à dire dépourvue d'erreurs. En effet, conceptuellement, on peut se représenter la cause d'une telle impossibilité.

Nous avons évoqué précédemment les règles de passage entre différents couples distants de  $p$  notes, où  $p$  est la distance du canon. Ajoutons à cela que les canons nzakara ne contiennent pas de répétitions de couples de notes. Dans la figure 11 nous pouvons constater l'absence de cycles (non triviaux). Cela signifie qu'une mélodie suivant ce graphe s'arrêterait sur le couple 4, ou y bouclerait indéfiniment. Cependant il s'avère que les Nzakara effectue un cycle en ajoutant une transition de 4 vers 0. Ce qui est la source des erreurs des canons. La figure 12 nous permet de bien distinguer ces erreurs, et ainsi de constater que quatre notes avant ces couples erreurs 0 se trouve le couple 4 conformément au graphe.

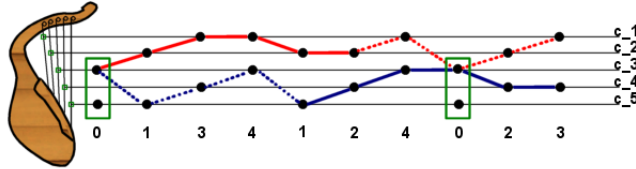


FIG. 12 – Canon précédent avec le prolongement des lignes mélodiques (lignes pointillées), signalisation des erreurs (cadre vert) et le numéro de chaque couple. A une distance 4 de ces erreurs, nous trouvons le couple 4 conformément au graphe.

Nous avons évoqué l'idée d'un cycle dans le graphe. De même nous avons ajouté une règle de construction, qui se résume en l'absence de composante cyclique trivial. Les propositions 3.2.2 et 3.2.3 vont impliquer un corollaire (théorème 3.1) montrant qu'il est impossible de construire des canons au sens strict.

**Théorème 3.1** *Dans le cas des formules Nzakara, n'importe quel canon de période  $m$  et de distance  $p$ , qui ne contient pas de composante cyclique trivial, a au moins  $d = \gcd(m, p)$  erreurs.*

**Preuve :** Comme le graphe ne contient pas de cycles autres que des cycles

triviaux, nous pouvons en déduire, que si  $u$  n'a pas de composante cyclique trivial, alors  $H_d T^i u$  pour  $0 \leq i < d$  a au moins une erreur. Ainsi  $u$  a au moins  $d$  erreurs.

Une particularité des canons Nzakara est qu'ils contiennent toujours le nombre minimum d'erreurs, soit  $d$ .

Reprenons l'exemple de la figure 12. Nous allons expliciter le mot  $u$  et ses composantes cycliques. Pour  $m = 10$ ,  $p = 4$  et  $d = 2$ .

$$\begin{array}{rcl} u & = & 0 \ 1 \ 3 \ 4 \ 1 \ 2 \ 4 \ 0 \ 2 \ 3 \\ H_2 u & = & 0 \ 3 \ 1 \ 4 \ 2 \\ H_2 T u & = & 1 \ 4 \ 2 \ 0 \ 3 \end{array}$$

La première observation est que chaque composante cyclique diffère des autres d'une permutation circulaire. De plus, chacune comporte une erreur, qui est l'ajout de la transition entre 4 et 0 afin d'obtenir un cycle. Sinon,  $u$  ne serait pas un canon par contraposée de la proposition 3.2.3.

La deuxième observation est que chaque composante cyclique a le même parcours cyclique dans l'automate  $R$ .

## 4 Les structures en escalier

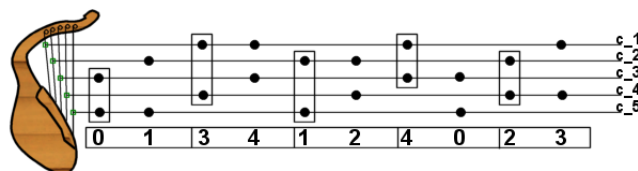


FIG. 13 – Formule nzakara *ngbakia*. On fait correspondre les couples de notes avec leur numéro identifiant afin de faire apparaître une séquence de chiffres suivant une structure en escalier.

L'analyse des formules nzakara peut être effectuée de manière sensiblement différente. Nous gardons les notations précédentes, notamment  $B$  qui devient un groupe fini abélien. Le principe est de faire translater une séquence (ou motif) d'un nombre d'unités constant jusqu'à obtenir de nouveau la séquence initial. Une telle structure est dite « en escalier ».

Nous n'entrerons pas dans des considérations trop théoriques. Le principe est de nous faire comprendre simplement cette autre manière de voir la structure en canon.

### 4.1 La mise en lumière de la structure

La figure 13 est un des canons présenté précédemment. La séquence complète de la mélodie donne la suite suivante :

$$0134124023$$

Dans laquelle il n'est pas aisé, à première vue, de repérer le motif initial. Mais nous pouvons l'écrire de la manière suivante :

$$01 \ 34 \ 12 \ 40 \ 23$$

Le motif initial 01 est translaté de 3 unités puis le motif obtenu est lui même translaté de 3, ceci jusqu'à l'ultime motif 23. Si nous voulions continuer la translation, le résultat serait le motif initial 01.

Il est possible de faire de même sur le deuxième canon présenté. La séquence obtenue est :

$$023010 \ 134121 \ 240232 \ 301343 \ 412404$$

Le motif initial 023010 est translaté de 1 unité.

Formellement, nous pouvons définir le *mot dérivé*  $Du$  d'un mot infini  $u$  par :

$$Du(n) = u(n+1) - u(n)$$

L'ensemble des mots infinis  $G$  est un groupe abélien,  $D$  est un morphisme de groupe, et  $\text{Ker}(D)$  est un sous-groupe des mots infinis constant, c'est à dire de période 1.

**Proposition 4.1.1** *Propriétés du mot dérivé*

i)  $D$  et  $T$  commutent

ii) Si  $Du = Dv$ , alors  $u-v$  est un mot infini constant

iii) Si  $u$  est  $m$ -périodique,  $Du$  l'est aussi. Si  $Du$  est  $m$ -périodique, alors  $u$  est  $km$ -périodique pour certains  $k \geq 0$  ( $k$  est l'ordre d'un élément de  $G$ ).

**Preuve :** iii) Si  $Du$  est  $m$ -périodique alors  $T^m Du = Du$ , donc comme  $T$  et  $D$  commutent, ceci est équivalent à  $DT^m u = Du$ . Ainsi, d'après ii),  $\exists z \in G$  tel que  $T^m u = u + z$ . Notons  $k$  l'ordre de  $z$  dans  $G$ , alors  $T^{km} u = u + kz = u$ .

Il existe des relations intéressantes entre les périodes de  $u$  et  $Du$ . De plus, dans le cas des formules Nzakara, les mots infinis périodiques peuvent être qualifiés de *redondants*, ce qui signifie que la période de  $Du$  est strictement inférieure à la période  $u$ . En allant plus loin, nous pouvons montrer qu'il existe un algorithme de génération des formules Nzakara, qui en se basant sur une séquence, et un nombre entier pour la translation, génère la formule voulue. Une version de l'algorithme est disponible dans l'article [4].

## 4.2 Une propriété importante

Lorsque le *mot dérivé* est de période 2, la structure en escalier a de plus une propriété très intéressante : l'unicité. A première vue il ne paraît pas évident qu'en partant d'un motif quelconque et en le translatant successivement d'un nombre constant, on ne puisse obtenir qu'une seule et même séquence. Nous allons nous en rendre compte sur l'exemple du canon de la figure 13. Ici le motif initial est 01 (deux composantes), nous cherchons à savoir combien de structures peut-on construire avec un motif à 2 éléments et une translation de 3 unités ? Notons que la période de  $Du$  est 2 :  $Du = 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ \dots$

Fixons le premier élément à 0 comme dans l'exemple. Maintenant énumérons toutes les possibilités. Si le second élément est 0, nous avons une répétition qui invalide la structure (cf. règle des formules nzakara). Si nous prenons 1 nous obtenons la séquence de l'exemple, que nous rappelons ici :

01 34 12 40 23

Ensuite essayons en prenant 2 comme second élément. La séquence obtenue par translation successive de 3 unités est :

02 30 13 41 24

Qui est une permutation circulaire de la séquence initiale. Ce qui revient à dire qu'on joue exactement la même formule mais en commençant au 8<sup>ème</sup> couple :

0 23 01 34 12 4

Maintenant essayons avec 3. La séquence obtenue est :

03 31 14 42 20

Qui est invalide car formée d'une suite de répétitions.

La dernière possibilité avec 4 donne le résultat suivant :

04 32 10 43 21  $\equiv$  04321 04321

Qui est une répétition d'un motif à cinq éléments, ce n'est donc pas une structure en escalier comme nous l'avons définie. Ceci implique l'unicité de cette structure. Nous aurions pu commencer avec tout autre couple que 0 comme premier élément. Les séquences auraient été exactement les mêmes à une permutation circulaire près.

## 5 Vers une analyse algébrique

Cette partie, a pour vocation d'essayer de faire un lien entre le jeu des harpistes nzakara et des notions de l'algèbre moderne. L'idée est de caractériser les symétries des formules Nzakara comme éléments de groupes Dihédraux.

### 5.1 Quelques rappels utiles

#### 5.1.1 Définition d'un groupe diédral

Un groupe diédral, noté  $D_{2n}$ , se définit de la manière suivante :

$$D_{2n} = \{r, s / r^n = 1, s^2 = 1 \text{ et } r.s = s.r^{-1}\}$$

Nous notons 1 l'élément neutre pour la loi interne "." . Ainsi  $s$  est un élément d'ordre 2 et  $r$  d'ordre  $n$ , d'où la notation. Nous pouvons déjà noter que  $s$  possède le même ordre qu'une symétrie (nous reviendrons sur ce point ultérieurement). Dans la suite, la notation ".", pour la loi multiplicative du groupe, sera occultée, ainsi  $r.s$  s'écrira  $rs$ .

Le groupe diédral  $D_{2n}$  est généré par les combinaisons possibles entre  $r$ ,  $s$  et 1. Nous allons donc avoir les éléments suivants.

Premièrement, l'élément nécessaire à la définition d'un groupe : l'élément neutre 1.

Deuxièmement, on aura les différentes puissances de  $r$  :

$$1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, r^n, r^{n+1}, \dots$$

Mais nous savons que  $r^n = 1$  donc  $r^{n+1} = r^n.r = 1.r = r$ . Ainsi à partir de  $r^n$  nous revenons au début de la séquence. On dit qu'un tel élément génère un groupe cyclique d'ordre  $n$  noté  $\langle r \rangle$  formé par l'ensemble des  $r^i$ ,  $i \in [0, n-1]$  (ce groupe est isomorphe à  $\mathbb{Z}/n$ ).

Troisièmement, nous allons retrouver les différentes puissances de  $s$  :

$$1, s, s^2, \dots, s^{n-1}, s^n, s^{n+1}, \dots$$

De la même manière que précédemment, comme  $s^2 = 1$  nous n'aurons que 1,  $s$  ( $\langle s \rangle \cong \mathbb{Z}/2$ )

Enfin, nous aurons les combinaisons entre  $r$  et  $s$  :

$$\begin{aligned} - \underbrace{rsrsrs\dots rs}_{i \text{ fois}} &= sr^{-1} \underbrace{rs\dots rs}_{i-1 \text{ fois}} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ pair} \\ rs & \text{si } i \text{ impair} \end{cases} \\ - r^i s^j &= r^i s \text{ qui contient les éléments } rs \text{ et } 1 \end{aligned}$$

Ainsi le groupe diédral  $D_{2n}$  peut s'écrire sous une forme différente qui énumère tous les éléments qu'il comporte :

$$D_{2n} = \{1, r, \dots, r^{n-1}, s, rs, \dots, r^{n-1}s\}$$

Nous pouvons facilement en déduire que le cardinal de cet ensemble est  $2n$ .

### 5.1.2 Propriétés géométriques

La formalisation abstraite d'une telle structure peut paraître difficilement appréhendable. Mais essayons de voir les propriétés qu'elle implique. En partant de l'élément  $r$  écrivons la séquence de toutes ses puissances successives :

$$1 \ r \ r^2 \ \dots \ r^{n-1} \ r^n \ r^{n+1} \ \dots \equiv 1 \ r \ r^2 \ \dots \ r^{n-1}$$

Faisons le parallèle avec une notion basique de géométrie : la rotation. Si nous prenons un objet dans le plan et le faisons tourner d'un angle  $\alpha$ , par exemple  $\pi/4$ , puis nous répétons ce processus plusieurs fois. Après la huitième, l'objet est revenu à sa position initiale. Les comportements de la rotation et de  $r$  sont bien identiques. De la même manière  $s$  joue le rôle d'une symétrie.

La figure 14 montre ces comportements géométriques pour les éléments du groupe diédral  $D_{10}$ , c'est à dire le groupe généré par une rotation d'angle  $2\pi/5$  et une symétrie.

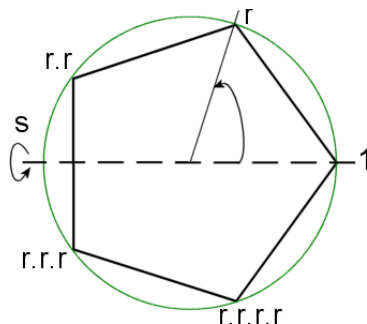


FIG. 14 – Illustration du groupe diédral  $D_{10}$  : ce groupe est généré par une rotation (ordre 5) et une symétrie (ordre 2)

## 5.2 Symétrie, musique et groupe diédral

En quoi une telle structure abstraite peut-elle décrire une symétrie musicale ? Le lien se fait en regardant les notes de la théorie musicale, non plus comme les très connues :

$$C \ C\# \ D \ D\# \ E \ F \ F\# \ G \ G\# \ A \ A\# \ B$$

mais comme un numéro qu'on leur ferait correspondre :

|     |       |     |       |     |     |       |     |       |     |       |     |
|-----|-------|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|
| $C$ | $C\#$ | $D$ | $D\#$ | $E$ | $F$ | $F\#$ | $G$ | $G\#$ | $A$ | $A\#$ | $B$ |
| 0   | 1     | 2   | 3     | 4   | 5   | 6     | 7   | 8     | 9   | 10    | 11  |

De là les notes perdent leur signification musicale, et deviennent des éléments abstraits que l'on peut étudier par des considérations algébriques.

**Remarques :**

1. Nous nous trouvons dorénavant dans l'ensemble  $\mathbb{Z}/12$ . En effet, étant donnée que la note suivant le  $Si$  est un  $Do$  le nombre après 11 sera 0 soit une arithmétique modulo 12. Ce changement de vision nous fait perdre l'interprétation musicale, car le passage du  $Si$  au  $Do$  amène à passer à l'octave supérieure. Mais ce  $Do$  n'est pas le même que celui de l'octave précédente. En arithmétique modulaire, nous aurons 0 dans les deux cas, soit exactement le même élément.
2. Une séquence de notes définissant une ligne mélodique s'écrira comme une suite de nombre. Voici un petit exemple afin de se familiariser avec cette notation :

$$C \ E \ G \ D \ B \rightarrow 0 \ 4 \ 7 \ 2 \ 11$$

Maintenant introduisons deux opérations qu'on appellera  $\mathcal{T}$  et  $\mathcal{I}$  (d'après [1]).

$\mathcal{T}$  est la translation d'une unité comme vue précédemment. Il ne faut cependant pas oublier que les nombres, dans cette partie, évoluent entre 0 et 11 et non plus entre 0 et 4.

$$x = 2 \ 4 \ 11 \rightarrow \mathcal{T}(x) = 3 \ 5 \ 0$$

$\mathcal{I}$  est l'inversion.

$$x = 2 \ 4 \ 11 \rightarrow \mathcal{I}(x) = 10 \ 8 \ 1$$

Nous pouvons remarquer que  $\mathcal{T}^n \mathcal{I}$  est aussi vue comme une inversion.

$$x = 2 \ 4 \ 11 \rightarrow \mathcal{TI}(x) = 11 \ 9 \ 2$$

Munis de ces deux transformations, il est alors possible de faire le parallèle avec le groupe diédral. Il suffit de remarquer que si on applique deux fois  $\mathcal{I}$  à  $x$  on retrouve  $x$ . De même en appliquant 12 fois  $\mathcal{T}$  à  $x$ . Ainsi les ordres de ces deux transformations sont respectivement 2 et 12. De plus, il est aisé de vérifier qu'elles satisfont la relation suivante :

$$\mathcal{T}^n \mathcal{I} = \mathcal{IT}^{-n}$$

Ainsi  $\mathcal{T}$  et  $\mathcal{I}$  génèrent un groupe isomorphe au groupe diédral  $D_{24}$  :

$$\langle \mathcal{T}, \mathcal{I} \rangle \cong D_{24}$$

### 5.3 La harpe Nzakara et les groupes dihedraux

Nous entrons dans une partie où le jeu de la harpe même deviendra des éléments algébriques abstraits. Pour faire cette transformation on aimerait trouver des fonctions qui, appliquées à des motifs, permet de retranscrire les canons Nzakara. Les motifs seront les couples de cordes vus précédemment.

Tout d'abord, nous allons nous intéresser à la construction du motif. Celui-ci peut se voir comme une suite d'éléments de  $\mathbb{Z}/5$  indicés par des éléments de  $\mathbb{Z}$ .

Notons,  $F(\mathbb{Z}, \mathbb{Z}/5)$  l'ensemble des transformations de  $\mathbb{Z}$  dans  $\mathbb{Z}/5$ , alors un motif  $s$  sera un élément de cette ensemble.

Maintenant, introduisons l'action d'un groupe sur un ensemble.

**Définition 5.3.1** *Soit  $G$  un groupe et  $X$  un ensemble. On dit qu'un groupe  $G$  opère (par la gauche) sur  $X$  s'il existe un application telle que :*

$$\begin{aligned} G \times X &\rightarrow X \\ (g, x) &\rightarrow gx \end{aligned}$$

Aussi, nous pouvons dire qu'il y a une *action* de  $G$  sur  $X$ , ou que  $X$  est un  $G$  – ensemble.

De là, nous allons chercher les groupes  $G$  opérant sur les ensembles qui nous intéressent :  $\mathbb{Z}/5$  et  $\mathbb{Z}$ .

Les transformations  $\mathcal{T}$  et  $\mathcal{I}$  cités précédemment, vont générer l'ensemble  $\langle \mathcal{T}, \mathcal{I} \rangle$ . Lorsqu'on utilise l'arithmétique du groupe  $\mathbb{Z}/5$ , la translation est d'ordre 5.

Ainsi il existe un isomorphisme entre ce groupe engendré et le groupe diédral  $D_{10}$ .

$$\langle \mathcal{T}, \mathcal{I} \rangle \cong D_{10}$$

Maintenant, il nous faut trouver les transformations générant un groupe opérant sur  $\mathbb{Z}$ . L'ensemble des indices correspond à la position dans le temps de la mélodie. Cette discrétisation du temps, appliquée au canons, peut être effectuée par deux fonctions  $t$  et  $r$ .

La première sera la translation temporelle : le passage d'un indice à l'autre.

La deuxième est une retrogradation temporelle au début du motif de répétition. Cela veut dire, qu'en appliquant cette transformation, on lit la mélodie en commençant au début. C'est typiquement la lecture en boucle des canons Nzakara.

Dès lors, ces fonctions génèrent un groupe isomorphe à  $D_\infty$ .

$$\langle t, r \rangle \cong D_\infty$$

En résumé, nous sommes munis de quatres transformations générant un groupe produit tel que :

$$\langle \mathcal{T}, \mathcal{I} \rangle \times \langle t, r \rangle \cong D_{10} \times D_{\infty}$$

Ce groupe produit opère lui-même sur  $F(\mathbb{Z}, \mathbb{Z}/5)$  par la fonction  $f$  définie par :

$$\forall x \in \mathbb{Z}, (h, g).f(x) = h.f(gx)$$

où  $(h, g) \in \langle \mathcal{T}, \mathcal{I} \rangle \times \langle t, r \rangle$

Conceptuellement, nous prenons un indice  $x$ , donc une position dans le temps, puis nous lui appliquons une translation (fonction  $g$ ) ou une retro-gradation. Nous obtenons une nouvelle position que  $f$  va faire correspondre en un couple de notes (élément de  $\mathbb{Z}/5$ ). Le couple de notes trouvé, nous pouvons lui appliquer une composition de translation et inversion (fonction  $h$ ).

## 6 Conclusion

Ce travail nous a permis de découvrir la harpe de Nzakara de manière globale : des coutumes de ce peuple de Centreafrique, aux significations cachées liées à l'art de cet instrument ; des considérations théoriques de la théorie des langages à celles de l'algèbre.

Cet instrument, qui nous avait paru d'une grande simplicité aussi bien matérielle que musicale, s'avère d'une richesse immense. La partie musicale a pu être étudiée de manière en profondeur (relativement aux données en notre possession) alors que l'aspect culturel repose encore principalement sur des hypothèses. Comme toujours dans les sciences humaines, il est impossible d'appliquer un modèle générique afin de comprendre les sociétés étrangères.

Les données musicales sont très limitées étant donné le nombre restreint des harpistes. Cependant, Marc Chemillier et Eric de Dampierre ont pu enregistrer des mélodies, lors d'une mission en République Centrafricaine en 1996. La référence est [9].

En outre, les témoignages rapportés ne contiennent aucuns termes vernaculaires pour définir les canons des formules Nzakara. Il apparaît seulement que 20% des formules utilisées par les Nzakara sont des canons. Ceci en fait une proportion minoritaire, mais suffisamment élevée pour ne pas être accidentelle. Des phénomènes psychologiques ont alors privilégié leur apparition. Cependant, la représentation mentale menant à ces canons n'a toujours pas été explicitée.

## Références

- [1] Dave Benson. Mathematics and Music. Departement of Mathematics, University of Georgia, Athens GA 30602, USA. Year 2004 - 520 pages
- [2] Marc Chemillier. Musique et Rythmes en Afrique Centrale. Pour la Science, Year 2005. Dossier n°47
- [3] Marc Chemillier. Ethnomusicologie, ethnomathématique. Les logiques sous-jacentes aux pratiques artistiques transmises oralement, Coll. Diderot, Soc. math. europ., Ircam, 3 décembre 1999
- [4] Marc Chemillier. Synchronisation of musical words. Theoretical Computer Science 310 (2004) p.35-60
- [5] Éric de Dampierre. Pour une esthétique perdue. ISBN 2-7288-0206-8 - 1995 - 240 pages.
- [6] Éric de Dampierre. Penser au singulier. Étude nzakara, Paris, Société d'ethnographie, 1984 (« Recherches thématiques » 3) : 11.
- [7] Vincent Dehoux. Harpes et harpistes du Haut-Oubangui. Ouvrage collectif sous la responsabilité d'Éric de Dampierre. L'Homme, Year 1995, Volume , Issue 135
- [8] Luc de Heusch. A la recherche d'une esthétique perdue. L'Homme, Year 1997, Volume , Issue 141
- [9] **CD Audio** Marc Chemillier & Eric de Dampierre. Central African Republic, Music from the former Bandia courts. CNRS/Musée de l'Homme, Le Chant du Monde, CNR 2741009, Paris, 1996