

I ja hem acabat. L'igualtat només es dona quan Cauchy-Schwartz i la desigualtat aritmetico geomètrica són certes, que es quan $a = b = c$. A més a més, en aquesta situació, necessàriament han de ser iguals a 2, d'on deduïm l'únic cas on hi ha igualtat.

A168. (Proposat per Joaquim Nadal Vidal. Llagostera, Girona.)

En el triangle $\triangle ABC$, sigui L el peu de la bisectriu interior de C . Sigui $AL = m$, $LB = n$, $CL = l$. Denotem per a (resp. b, c) la longitud del costats del triangle oposat al vèrtex A (resp. B, C). Demostreu que

$$l = \sqrt{ab - mn}.$$

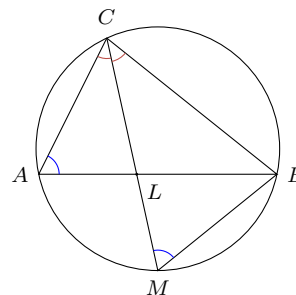
Solució: (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Si M és el punt d'intersecció de la semirecta CL amb la circumferència circumscrita a $\triangle ABC$, llavors els triangles CAL i CMB són semblants (tenen dos angles iguals: un per definició de bisectriu, l'altre, pel fet de ser angles inscrits que comprenen el mateix arc BC de l'esmentada circumferència).

$$\text{En resulta que } \frac{CL}{BC} = \frac{CA}{CM},$$

d'on deduïm que $BC \cdot CA = CL \cdot CM$, i aquest últim és igual a

$$CL \cdot CM = CL(CL + LM) = CL^2 + CL \cdot LM. \quad (2)$$



D'altra banda, atès que els punts A, M, B, C són concíclics, es té: $CL \cdot LM = AL \cdot LB$.

Substituint a (2), ens queda:

$$BC \cdot CA = CL^2 + AL \cdot LB.$$

És a dir, tenim $CL^2 = BC \cdot CA - AL \cdot LB$, que és equivalent a la igualtat desitjada.

Matemots

Xavier Gràcia

Universitat Politècnica de Catalunya

Recordeu que aquesta secció és un joc de llengua (vegeu-ne l'article introductor al núm. 33 de la *SCM/Notícies*). Cal resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses. Exemple: «Guarint-te mentre comptes els dies d'aïllament (8 lletres i guionet)». La resposta és *curant-te*, que en algun dels nostres dialectes sona igual que *quaranta*, el nombre tradicional de dies que requereix una quarantena.

Potser vau poder observar que tots els enigmes del darrer lliurament estaven dedicats a la salut en aquest temps de pandèmia. Aquesta vegada retornem a la “vella normalitat” d'enigmes de tota mena.

Com sempre, en cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.¹¹

1. El polígon que portem al maleter del cotxe (8 lletres)
2. Arranjades segons el valor de la y (9 lletres)
3. Angle amb què observem un objecte massís (5 lletres)
4. S'han posat d'acord per canviar la part imaginària d'aquest nombre complex (8 lletres)
5. Engarjolat per haver segrestat un topòleg (6 lletres)
6. Pot ser simple i doble en geometria, pura i pràctica en Kant (menys de 5 lletres)
7. En tenen l'homologia i la cohomologia, a més del vodka i la ginebra (9 lletres)
8. El functor derivat d'un divorci (menys de 5 lletres)

¹¹

Respostes als Matemots: 0. rso; 8. Ext. 2. ordenades; 3. sólid; 4. triangule; 5. conjunt; 6. tancat; 7. disjunt; 8. Respostes als Matemots