

Tornem al problema geomètric. Atès que l'àrea del triangle  $\triangle ABC$  donat a l'enunciat és igual a la suma de les àrees dels triangles  $\triangle A'B'C'$ ,  $\triangle AC'B'$ ,  $\triangle BA'C'$  i  $\triangle CB'A'$ , i tenint en compte que l'àrea d'un triangle s'obté com la meitat dels producte de dos costats pel sinus de l'angle que formen, tindrem:

$$S = S' + \frac{1}{2}AB' \cdot AC' \cdot \sin \widehat{A} + \frac{1}{2}BC' \cdot BA' \cdot \sin \widehat{B} + \frac{1}{2}CA' \cdot CB' \cdot \sin \widehat{C}.$$

Ara bé, de les relacions  $AC' = p \cdot AB$ ,  $BA' = q \cdot BC$ ,  $CB' = r \cdot AC$ , se'n dedueix  $BC' = (1-p)AB$ ,  $CA' = (1-q)BC$ ,  $AB' = (1-r)CA$ . Substituint aquestes relacions en (4) i tenint present que  $S = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{A} = \frac{1}{2}BC \cdot BA \cdot \sin \widehat{B} = \frac{1}{2}CA \cdot CB \cdot \sin \widehat{C}$ , es té

$$S = S' + (p(1-r) + q(1-p)r + (1-q))S.$$

D'aquí aïllem  $S'$ ,

$$S' = (pq + qr + rp - p - q - r + 1)S.$$

Tenint present (2), la relació anterior ens donarà

$$S' \leq \left( \frac{(p+q+r)^2}{3} - p - q - r + 1 \right) S.$$

Aquesta desigualtat, dividida per

$$\left( \frac{(p+q+r)^2}{3} - p - q - r + 1 \right) S' = \frac{1}{3} \left( \left( p + q + r - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right) S' > 0,$$

esdevé

$$\frac{S}{S'} \geq \frac{1}{\frac{(p+q+r)^2}{3} - p - q - r + 1},$$

equivalent a (1). Finalment, podem tornar a la desigualtat desitjada com a conseqüència dels nostres resultats: per a  $p + q + r = 1$ , s'obté el cas de l'enunciat.

## Matemots

Xavier Gràcia

Universitat Politècnica de Catalunya

Recordeu que es tracta d'un joc de llengua (vegeu l'article introductor al núm. 33 de la *SCM/Notícies*). Cal resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses.

Vam dedicar el número anterior als nombres naturals. Un dels enigmes, per exemple, era «Professors de matemàtiques». La resposta és *dos-cents*, que en català occidental sona igual que *docents*.

En aquesta ocasió continuem amb els nombres, amb l'única diferència que les respostes són nombres de tot tipus, però *no naturals*, la qual cosa potser farà els enigmes una mica més difícils. Igualment, no especificarem el nombre de lletres de la solució.

En cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.<sup>15</sup>

Trobeu els **nombres no naturals** amagats dins les definicions següents:

- Quantitat de medicament que s'ha d'administrar
- Endrapo
- Prestació dels aprenents de soldat
- El teixit més llis i lluent
- No hi serem tots
- Lamenti
- Agafi fraudulentament una part
- Oi?

<sup>15</sup>

Respostes als Matemots: (f) 1000 i; (c) 1000 i; (e) 1000 i; (g) 1000 i; (d) 1000 i; (h) 1000 i; (a) 1000 i; (b) 1000 i.