

3R ESO DE CELESTÍ BELLERA

Visita a l'exposició

# Imaginary, una simfonia matemàtica

S. Xambó, M. Udina, J. Guàrdia

FME/UPC

13/12/2021

## Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach



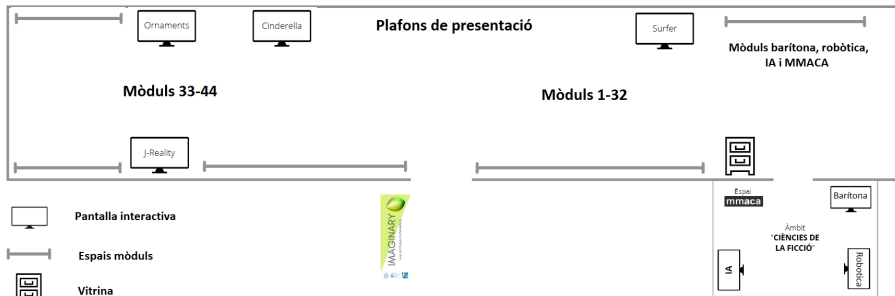
Herwig Hauser

L'exposició original IMAGINARY va ser iniciada el 2008 pel Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO), promoguda per Gert-Martin Greuel i Andreas Matt, en ocasió de l'Any alemany de les Matemàtiques. Hi van col·laborar moltes persones, com ara Herwig Hauser, que és autor de un bon nombre de les "superfícies donades per equacions" (quadres 1-31). L'escultura davant del MFO és una materialització de la *superfície de Boy* (imatge 39).

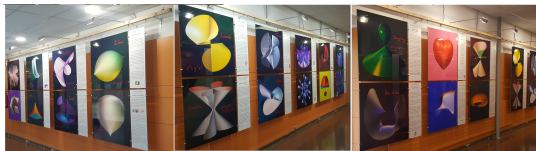
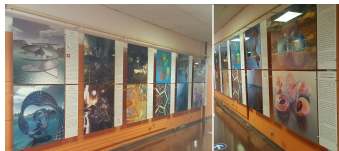
El 2011 es va iniciar l'exposició *RSME-Imaginary*, promoguda per la Real Sociedad Matemática Española (RSME) en motiu de la celebració del seu centenari l'any 2011. Conté els mateixos quadres que l'original, però els textos que acompanyen les imatges no són traduccions, sinó que van ser escrits per tal de connectar amb un públic el més ampli possible.



La Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) exhibeix des del 22 de setembre al 17 de desembre de 2021 l'exposició **IMAGINARY, una simfonia matemàtica**. Inclou l'exposició RSME-Imaginary i incorpora quatre mòduls de producció pròpia agrupats sota el rètol *Ciències de la Ficció*.



### Exposició "Imaginary, una simfonia matemàtica"



# IMAGINARY

una simfonia matemàtica

Aquesta exposició a la Facultat de Matemàtiques i Estadística i de la Universitat Politècnica de Catalunya és una adaptació de l'exposició Imaginary-RSME promulgada per la Real Sociedad Matemática Española, en la celebració del seu centenari l'any 2011, basada en l'exposició Imaginary de l'Institut d'Investigació Matemàtica d'Oberwolfach (Alemanya).

Emmarcada en les activitats del 50è aniversari de la UPC, inclou l'extensió Ciències de la Ficció, que aplega mòduls específics amb segell UPC sobre robòtica, intel·ligència artificial, i disseny científic d'instruments musicals, així com una primícia aportada pel Museu de les Matemàtiques de Catalunya (MMACA).

## Organització

Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC i Real Sociedad Matemática Española.

## Support

Societat Catalana de Matemàtiques, Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, en el marc del 50è aniversari de la UPC.

## Col·laboradors

Museu de les Matemàtiques de Catalunya • Intelligent Data Science and Artificial Intelligence Research Centre • Barcelona Supercomputing Center • Centre de Recerca en Enginyeria Biomètrica • Col·legi Enginyeria Informàtica de Catalunya • Telecom.cat • Barcelona Televisió • T3 • Ministerio de Ciencia e Innovación • Acciona. Grups de recerca: Geometry, Topology, Algebra and Applications. Unitats UPC: Departament de Matemàtiques • Centre de Formació Interdisciplinària Superior • Institut de Ciències de l'Educació • Institut de Matemàtica de la UPC.

## Equip Imaginary MFO

Cristina Dávalos, Andreea Matti i Ana Harajd.

## Comité Imaginary-RSME

Antonia Campillo, Sebastià Xambó, Ignasi Olea, Maria Alberich, Raül Balcells, M<sup>re</sup> Teresa Lazo, Juan J. Núñez, Ramón Pardo i Mercedes Siles.

## Textos Imaginary

Redacció: Maria Alberich, Jordi Buterfoll, Capi Cervera, Anna Sabater, Swlita Saad, Raül Balcells, M<sup>re</sup> Teresa Lazo i Sebastià Xambó.

Traducció al català: Maria Alberich, Josep M. Bruñet i Oriol Brunet.

## Comissió Imaginary RME

Joaquín Frauch, Sebastià Xambó (coordinador), Maria Alberich (coordinadora), Antonia Campillo, Julio Bernués, Mireia Ribera, Albert Jiménez.

## Coordenadors de l'exposició i activitats

Mireia Ribera.

## Col·laboradors i patrocinadors

Sebastià Xambó.

## UPC-Ciències de la Ficció

Àngel Barbaña, Joaquim Aguiló, Maria Alberich, Sebastià Xambó, Jordi Compa. Amb la col·laboració de l'Institut d'Estudis Catalans i la Real Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona.

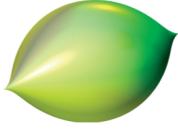
Àngel Intel·ligència Artificial. Equip IDEAI-UPC: Karim Ollari, Cristian Barbu, Dorca Clark, Ulises Cortés. Equip SSC: Fernando Cuddeh, Diana F. Vélez.

## Extructura

# IMAGINARY

una simfonia matemàtica

www.rsme-imaginary.es



## Presentació RSME-Imaginary

És habitual sentir el tòpic que les matemàtiques són molt complicades, però en realitat ens ajuden a comprendre la complexitat del món que ens envolta de la manera més senzilla possible.

Un exemple: ens poden ajudar a classificar els objectes. La primera manera de classificar els objectes del món és basant-se en la forma i la mida que fems. Aquesta primera classificació depèn en bona mesura de l'observador: de la seva habilitat a l'hora de descriure una forma, d'on se situï i també d'allò amb què compari l'objecte.

La Eucloides està escrita en aquest gran llibre que tenim obert al voltant dels ulls, vull dir, l'univers; però no es pot entendre si abans no se n'apren el llenguatge, si no es coneixen els caràcters en què està escrit. Està escrit en llenguatge matemàtica i els caràcters són triangles, cercles i altres figures geomètriques, sense les quals és impossible entendre ni una paraula; sense ells, és com fer preguntes en veu en un llenguatge obscúr.

Goullier, *El Saggiatore*

On el món delia de ser l'essència de les nostres esperances i ideologies personals, anem ahi entonem com a deus llurs admirats, preguntant i observant, al·lò és an'entem el seu llenguatge de l'Art i de la Ciència.

Albert Einstein



## Plafons de presentació

# IMAGINARY

una simfonia matemàtica

Ciències de la ficció



## Presentació

El desig de progressar en coneixement i en tecnologia és innat a la persona humana. La ficció és precursora de la ciència: ens ajuda a imaginar els avenços futurs i a preparar-nos per decidir com voldrem integrar-los a les nostres vides. La ficció ens apropa als àmbits de les arts i de les humanitats, que ens ajuden a reflexionar sobre el present i el futur de la ciència i de la tecnologia. Però, és a prop o és lluny la ciència de la ficció? Ciències de la ficció dona respostes a aquesta pregunta en dos àmbits, en els quals la UPC és referent d'investigació: la intel·ligència artificial (IA) i la robòtica. Com a paradigma d'interacció entre les matemàtiques i la música, es presenta també el naixement d'un nou instrument musical, la baritonà, fruit d'un projecte de recerca en enginyeria basat en la modalització matemàtica. I com a col·fò, s'exposen en primícia dos calidoscopis deltatològics, que permeten visualitzar pol·lides arquimèdies i els seus duals, obra del Museu de les Matemàtiques de Catalunya (MMACA).

No podria parlar la Música ser descrita com la Matemàtica dels sentits, i la Matemàtica com la Música de la raó?

James Joseph Sylvester  
Matemàtic, s. XIX

La Música és propera a la Matemàtica, possiblement no a la mateixa Matemàtica, però certament ho és a alguna cosa com la lògica o el pensament matemàtic.

Igor Stravinski  
Compositor, s. XX



La gran potència computacional dels ordinadors i l'enorme volum de dades que s'ha generat gràcies a la interconnectivitat digital han permès el desenvolupament d'algorismes d'intel·ligència artificial que simulen capacitats humanes. Tanmateix, les capacitats més complicades d'assolir són precisament les que constitueixen els reptes dels robots pocòs: interaccionar amb persones en entorns no restringits, manipular objectes amb detalls amb informació incompleta.

IMAGINARY, una simfonia matemàtica, et convidem a explorar la relació entre les matemàtiques i l'Art. La melodia matemàtica s'expressa a través de múltiples veus: de l'Art, de la música, de l'enginyeria, de la ciència, i de les humanitats.


 UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Facultat de  
**Matemàtiques**  
 i **Estadística**  
 de Barcelona



[www.fme.upc.edu](http://www.fme.upc.edu)


 UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

50 ANYS  
*sense límits*



#50anysUPC  
[50.upc.edu](http://50.upc.edu)



00-Citrus



01-zitrus-small



02-Zeck-small



03-Kolibri-small



04-Tuelle-small



05-Helix-small



06-Nepali-small



07-HimmelHoell-e-small



08-Quaste-small



09-DingDong-small



10-Vis-a-Vis-small



11-Süss-small



12-Sofa-small



13-Daisy-small



14-Croissant-small



15-Calypto-small



16-Calyx-small



17-Taube-small



18-Seepferdchen-small



19-Dullo-small



20-Distel-small



21-Kreisel-small



22-Diablo-small



23-Limao-small



24-Eistuete-small



25-Tanz-small



26-Herz-small



27-LabsSeptic-small



28-BarthSextic-small



29-Miau-small



30-Geisha-small



31-Schneeflocke-small



32-SuperficiesMinimales-small



33-Helicoid-small



34-bjoerling-small



35-tetranoid-small



37-Stereographic Projection-small



38-Hecaticosacoron\_2-small



39-boy-small



39-Hecaticosacoron\_1-small



40-borromean-small



41-Anosov\_flow-small



42-Real\_Matrix\_2-small



43-WadaBasins-small



44-StillLife-small

# La geometria de les superfícies llises

## Superfícies regulars

Una superfície regular és un objecte geomètric de dimensió 2 (amb dos graus de llibertat) que en l'entorn de cada punt és com un bocí de pla. Alguns exemples són el pla, el cilindre, l'esfera, el tor (així s'anomena en matemàtiques la superfície del flotador), l'el·lipsoide (la pilota de rugbi)... aquestes superfícies són llises, és a dir, sense vores ni pics.

La geometria diferencial és la branca de les matemàtiques que estudia les superfícies regulars (i també els espais geomètrics de qualsevol dimensió) i aplica aquest estudi en altres parts de les matemàtiques i en altres ciències.

Les seves eines bàsiques són el càlcul diferencial i integral, l'àlgebra lineal i, per descomptat, la geometria.

Groucho: Quina forma té la Terra?

Harpo: Doncs no ho sé.

Groucho: Vejam, quina forma tenen els meus botons de puny?

Harpo: Quadrada.

Groucho: No, els de cada dia no; els que em poso els diumenges.

Harpo: Ah, rodona.

Groucho: Molt bé, i ara: quina forma té la Terra?

Harpo: Quadrada entre setmana i rodona els diumenges.

Els Germans Marx, *Fun in Hi-Skule* (1910)

## La curvatura

Un element important en l'estudi de les superfícies regulars és la curvatura, és a dir, la forma en què les superfícies es corben en l'espai.

En el segle XIX, els matemàtics van descobrir que es podien definir dues curvatures, que conjuntament mesuraven com es corben les superfícies, les conegudes com a „curvatura de Gauss“,  $K$  i „curvatura mitjana“,  $H$ . El matemàtic alemany Carl Friedrich Gauss (1777-1855) va demostrar que la curvatura que porta el seu nom mesura la curvatura intrínseca de la superfície (és a dir, la curvatura que un habitant seu pot percebre des de dins, sense mirar a l'espai exterior). Tanmateix, la curvatura mitjana és extrínseca, atès que proporciona una mesura de la relació de la superfície amb l'espai exterior.

Així, l'ondulació que percebem en mirar una superfície és donada per ambdues curvatures. Per exemple, en una superfície de curvatura mitjana nul·la,  $H=0$ , l'ondulació només depèn de la curvatura interna.

Després d'això, modestament vaig presentar la solució que havia trobat per al sorprenent problema que la suma dels tres angles d'un triangle en el nostre espai superava els 180°... Si ho entenc bé, el nostre espai és corbat, corbat del tot, [...] una superfície esfèrica de dues dimensions.

Dionys Burger, *Sphereland* (1965).

## Superfícies no orientables

De forma intuïtiva, una superfície és orientable si té dues cares i és no orientable si només en té una.

Si s'enganxen els extrems d'una cinta allargada (per exemple de paper) s'obté una banda normal. És una superfície que té dues cares, l'exterior i la interior, com la majoria de les superfícies, i per tant és orientable.

Així i tot, si abans d'enganxar-los es fa mitja volta en un dels extrems, s'obté una banda de Möbius (figura), que és una superfície no orientable (només té una cara) i no tancada (té vora). Per comprovar que només té una cara es pot recórrer la banda de paper amb un llapis i quan es torna al punt inicial es comprovarà que s'ha recorregut la banda sencera.

Dos exemples de superfícies no orientables tancades (sense vora) són el pla projectiu i l'ampolla de Klein (la figura és una representació d'aquesta superfície en l'espai tridimensional).

Després d'atendre la seva atenció, m'havia proposat alçar en dos temps una barra equivalent en pes a un parell de Steinways, però de sobte la columna vertebral em va adaptar la forma d'una banda de Möbius, i bona part del cartilag es va separar audiblement.

Woody Allen, *Pura anarquia* (2007)



Cilindre



Esfera



Catenoide



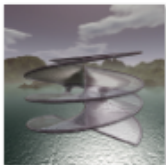
Pseudoesfera



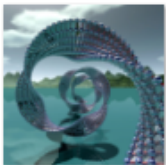
Tor



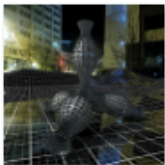
Sella de muntar



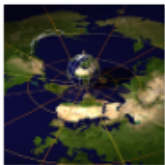
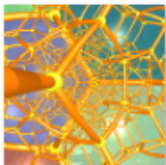
Helicoid



boerling



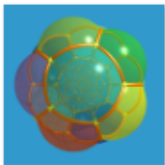
tetranoid

Stereographic  
Projection

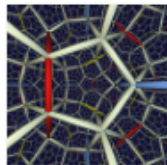
Hecatonicosachoron



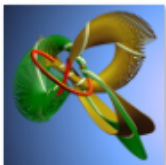
boy



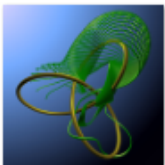
Hecatonicosachoron



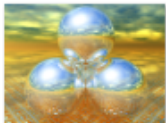
borromean



Anosov



Anosov

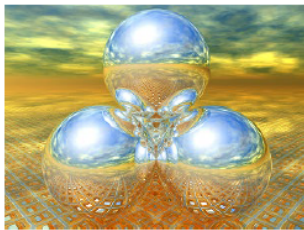


Wada



StillLife

## Matemàtiques i art?



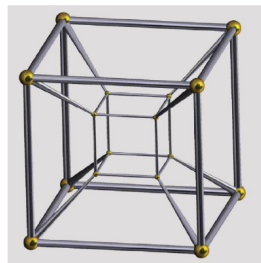
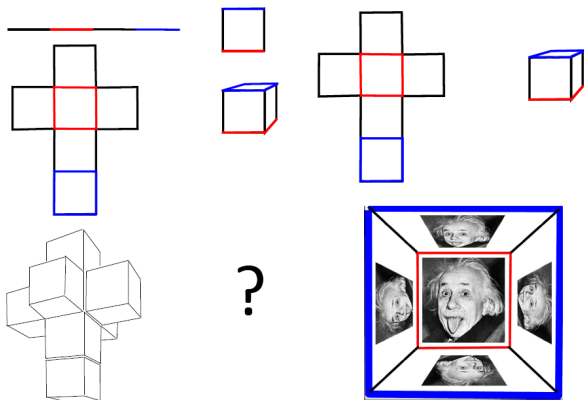
Conques de Wada



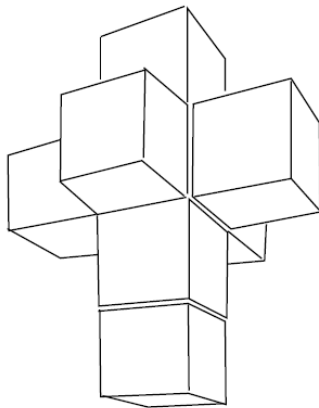
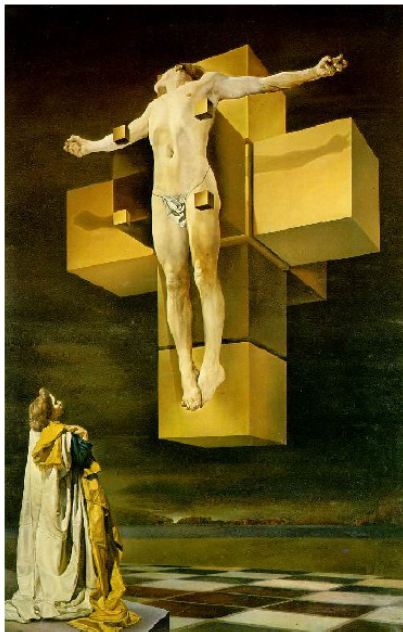
Natura morta de vidre



# Quadrat, cub, hipercub, ...



Hipercub



Crist de Dalí

# iReality

## mons matemàtics virtuals



### L'os Mohean

Aquesta estructura és el resultat de l'edifici del Centre d'Investigació Matemàtica i de Física. Una del punt de vista matemàtic, és el resultat del punt de vista físic. És un punt de vista, de circumferència i longitud de l'estructura forma el pla horitzontal en matemàtics, el pla vertical. La superfície de l'os Mohean és la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



### Superfície de Boy

La superfície de Boy és un objecte matemàtic, és a dir, és una superfície de Boy. Aquesta superfície, descoberta per W. Boy el 1902, és un model en el qual es pot representar, d'una superfície no orientada, la superfície de Boy és un objecte matemàtic, el pla vertical. La superfície de Boy és la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



### Superfície minimal de Schwarz

La superfície minimal de Schwarz és un objecte matemàtic, és a dir, és una superfície minimal de Schwarz. Aquesta superfície, descoberta per H. Schwarz el 1866, és un model en el qual es pot representar, d'una superfície no orientada, la superfície minimal de Schwarz és un objecte matemàtic, el pla vertical. La superfície minimal de Schwarz és la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



### Ús de superfícies minimal

El ús de les superfícies minimal és un objecte matemàtic, és a dir, és una superfície minimal. Aquesta superfície, descoberta per H. Schwarz el 1866, és un model en el qual es pot representar, d'una superfície no orientada, la superfície minimal és un objecte matemàtic, el pla vertical. La superfície minimal és la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



### Tor de Willmore

La tor de Willmore és un objecte matemàtic, és a dir, és una tor de Willmore. Aquesta tor, descoberta per W. Willmore el 1982, és un model en el qual es pot representar, d'una superfície no orientada, la tor de Willmore és un objecte matemàtic, el pla vertical. La tor de Willmore és la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



### Tetraèdric

El tetraèdric és un objecte matemàtic, és a dir, és un tetraèdric. Aquesta superfície, descoberta per H. Schwarz el 1866, és un model en el qual es pot representar, d'una superfície no orientada, el tetraèdric és un objecte matemàtic, el pla vertical. El tetraèdric és la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



### Helicoides amb nanses

Les helicoides amb nanses són un objecte matemàtic, és a dir, són helicoides amb nanses. Aquesta superfície, descoberta per H. Schwarz el 1866, és un model en el qual es pot representar, d'una superfície no orientada, les helicoides amb nanses són un objecte matemàtic, el pla vertical. Les helicoides amb nanses són la mateixa, però el punt de vista és diferent, és la mateixa que el resultat físic del punt de vista per tenir una estructura matemàtica, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt, és a dir, "no hi ha produccions matemàtiques" fins a un cert punt.



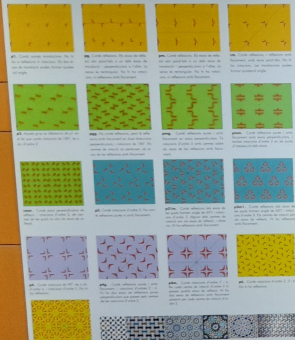
# Ornaments

## generació de mosaics plans

**Classificació de mosaics en el pla.** Hi ha exactament 17 maneres diferents de construir mosaics plans. Cada una correspon a un grup de simetria o de moventos del pla. A la taula es mostra un exemple de cada grup, amb la seva notació usual topològica, i se'n descriuen les característiques.

### Àrea de dibuix.

El dibuix que veieu



### Com classificar mosaics

Sense reflexions      Amb reflexions

#### Significat dels símbols

• El símbol a l'esquerra indica simetria respecte per translacions.  
• El símbol a l'esquerra indica simetria respecte als eixos.  
• El símbol a l'esquerra indica simetria respecte al centre del mosaic.  
• El símbol a l'esquerra indica simetria respecte a la rotació completa.  
• 2, 3, 4, 6, 12

1 - p1	1 - p1
2 - p2	2 - p2
3 - p3	3 - p3
4 - p4	4 - p4
5 - p5	5 - p5
6 - p6	6 - p6
7 - p7	7 - p7
8 - p8	8 - p8
9 - p9	9 - p9
10 - p10	10 - p10
11 - p11	11 - p11
12 - p12	12 - p12
13 - p13	13 - p13
14 - p14	14 - p14
15 - p15	15 - p15
16 - p16	16 - p16
17 - p17	17 - p17





# CINDERELLA

> CATALÀ

> ESPAÑOL

> DEUTSCH

Curves



Symmetry



Chaos



Fractals



Moire



Kinematics



Simulations





00-Citrus



01-zitrus-small



02-Zeck-small



03-Kolibri-small



04-Tuelle-small



05-Helix-small



06-Nepali-small



07-HimmelHoell-e-small



08-Quaste-small



09-DingDong-small



10-Vis-a-Vis-small



11-Süss-small



12-Sofa-small



13-Daisy-small



14-Croissant-small



15-Calypso-small



16-Calyx-small



17-Taube-small



18-Seepferdchen-small



19-Dullo-small



20-Distel-small



21-Kreisel-small



22-Diabolo-small



23-Limao-small



24-Eistuetete-small



25-Tanz-small



26-Herz-small



27-LabsSeptic-small



28-BarthSextic-small



29-Miau-small



30-Geisha-small



31-Schneeflocke-small



32-SuperficiesMinimales-small

Zitrus

$x^2 + y^2 = z^3(1-z)^2$

**Llimona (Zitrus)**  
 $x^2 + y^2 = z^3(1-z)^2$   
**Això no és una llimona**  
*La traïció de les imatges*

En veure aquesta imatge, segurament tots hem pensat: "Això és una llimona". Però si és una llimona, per què no té ni olor ni sabor?, per què no té ni porus ni taques? És clar que això no pot ser una llimona!

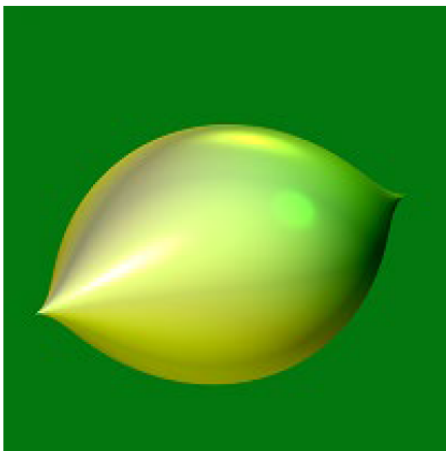
En efecte, aquesta figura no és una llimona, sinó un model matemàtic d'una llimona, que ens ajuda a entendre millor les propietats de la forma que té la llimona. Les equacions ens permeten construir models matemàtics que s'assemblen a les coses, i estudiar aquests models matemàtics ens ajuda, al seu torn, a entendre millor la forma de les coses.

*El mapa no és el territori*  
 Alfred H. S. Korzybski

Tot això forma part de la "poesia" de les matemàtiques. A partir d'equacions algebraiques podem generar belles superfícies que ens transporten els pensaments fins a racons insospitats de la ment.

**Baldufa (Zeck)**  
 $x^2 + y^2 = z^3(1-z)$   
**L'equació, un nom inequívoc**  
*Imagina un nom per a aquesta figura.*

## Llimona/Zitrus

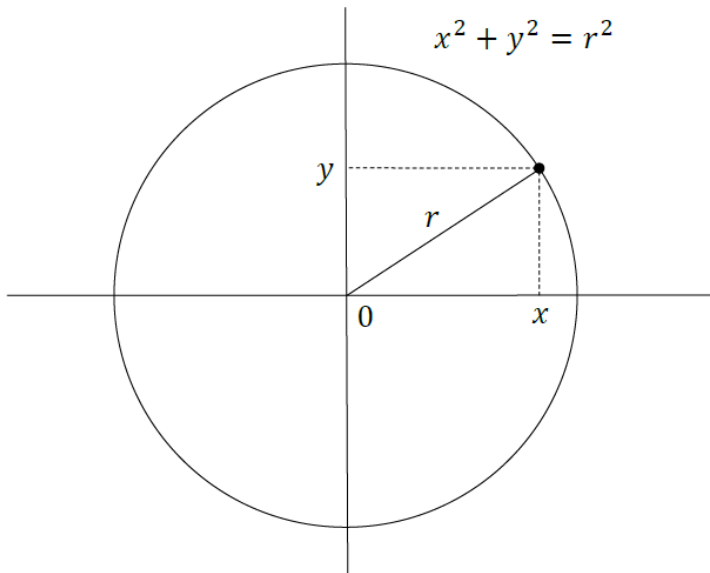


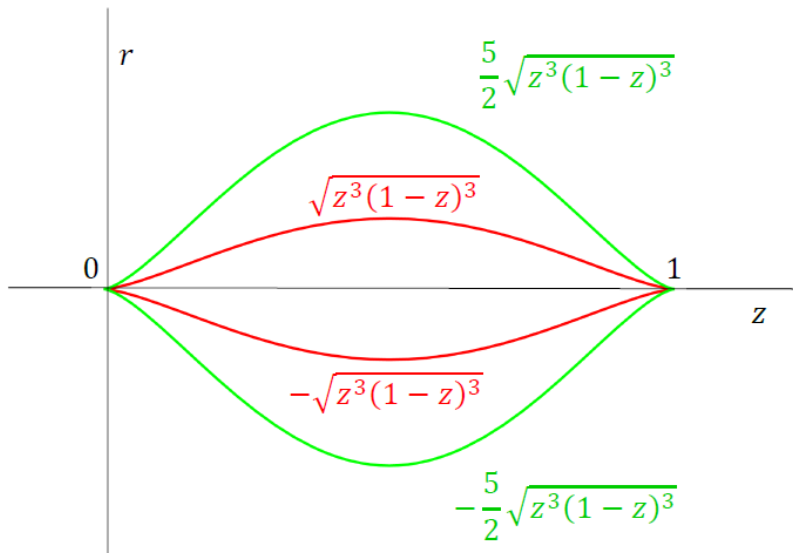
*Això no és una llimona!*

$$x^2 + y^2 = z^3(1 - z)^3$$









## Imatges i equacions, o formes i fórmules

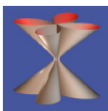
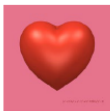
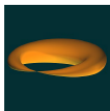
- Una fórmula produeix una imatge

$$x^2 + y^2 = z^3(1 - z)^3$$

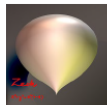
(un model matemàtic d'una llimona)



Altres models: Croissant, Passiuó, Poma, Cucurutxo, ...



- Una imatge pot suggerir altres imatges, altres formes (globus? baldufa? castanya?)



# Surfer

## visualització de superfícies algebraiques



### Resum

SURFER es un programa de visualització de superfícies algebraiques reals, es a dir, les de equacions quadràtiques en un polinomi real en les variables  $x, y, z$ . La base en el programa SURFER es va desenvolupar per a l'aplicació IMAGINARY creada per l'Istitut d'Investigació Matemàtica d'Oberwolfach per a l'Any de les Matemàtiques clàssiques (2006).

### 1. Entrada d'un polinomi

El polinomi es pot introduir a la línia de comandaments situada a la part inferior esquerra. Si SURFER reconeix que l'expressió és un polinomi en  $x, y, z$ , la superfície que representa es mostra immediatament, primer en format resolució, i després d'un moment de càlcul, en alta resolució. En cas contrari, apareix un signe d'exclamació en vermell (!) a la part dreta de la línia de comandaments.

### 2. Rotacions

La superfície es pot girar sobre el seu eix de coordenades i també sobre el mateix eix. Durant la rotació, la superfície es mostra en format resolució i després d'un moment de càlcul, en alta resolució.

### 3. Logotip

SURFER també mostra la part de la superfície continguda en una esfera invisible. El rató d'ordinador es pot moure sobre el cursor de la lupa (part dreta de la finestra en què es mostra la superfície). Com que en la finestra la mida d'equivalència sempre és la mateixa, el l'efecte que la superfície té sobre el l'objecte.

### 4. Paràmetres

Els paràmetres  $t$  i  $s$  es poden utilitzar a la línia de comandaments. En aquest cas, apareix un cursor per a cada un que permet variar el valor entre 0 i 1. També es pot fer servir els paràmetres  $u$  i  $v$  (i  $u, v$  i  $u, v$ ).

### 5. Colors

La propietat "Colors" permet triar un color per a cada una de les dues cares de la superfície.

### 6. Galeries i informació

La propietat "Galeries" permet veure a 800 superfícies algebraiques en cinc cèrculs. Per a més de les altres, les superfícies són seleccionades d'informació addicional: necessària a través de l'opció "Informació", que s'afirma s'obren en l'espai per defecte. Les dues panells laterals permeten seleccionar la superfície segons el polinomi respectiu, mentre que la línia de selecció.

### 7. Pantalla completa

En cas que hi hagi més de les finestres, cal triar l'opció "Pantalla completa" a la barra de menús.

### 8. Deszar imatges

La propietat "Deszar imatges" permet deszar la superfície que tenim com a resultat en format png o en format gif, que pot ser reconegut i carregat a la xarxa d'Internet.

### 9. Temes d'equacions

Diverses equacions: Casos que  $P(x, y, z) = 0$  representa la unió de les superfícies  $F = 0$  i  $G = 0$ .

1)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

2)  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

3)  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

4)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

5)  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$

6)  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$

7)  $x^2 + y^2 + z^2 = 7$

8)  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$

9)  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

10)  $x^2 + y^2 + z^2 = 10$

11)  $x^2 + y^2 + z^2 = 11$

12)  $x^2 + y^2 + z^2 = 12$

13)  $x^2 + y^2 + z^2 = 13$

14)  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$

15)  $x^2 + y^2 + z^2 = 15$

16)  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$

17)  $x^2 + y^2 + z^2 = 17$

18)  $x^2 + y^2 + z^2 = 18$

19)  $x^2 + y^2 + z^2 = 19$

20)  $x^2 + y^2 + z^2 = 20$

21)  $x^2 + y^2 + z^2 = 21$

22)  $x^2 + y^2 + z^2 = 22$

23)  $x^2 + y^2 + z^2 = 23$

24)  $x^2 + y^2 + z^2 = 24$

25)  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

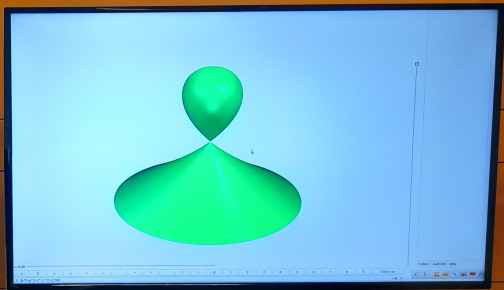
26)  $x^2 + y^2 + z^2 = 26$

27)  $x^2 + y^2 + z^2 = 27$

28)  $x^2 + y^2 + z^2 = 28$

29)  $x^2 + y^2 + z^2 = 29$

30)  $x^2 + y^2 + z^2 = 30$





# Escultures

## Impressió 3D de superfícies algebraiques

### De la fórmula a l'escultura

**El descobriment històric de les superfícies algebraiques i les impressiones 3D**

El descobriment de superfícies algebraiques va ser precedit per una sèrie de punts, un dels dels descobriments més importants: el descobriment de la superfície de Fermat, un dels punts més importants de la història de la matemàtica. Però una impressió 3D d'aquesta superfície va ser possible gràcies a una sèrie de punts importants, com ara el descobriment de la superfície de Fermat, un dels punts més importants de la història de la matemàtica. Però una impressió 3D d'aquesta superfície va ser possible gràcies a una sèrie de punts importants, com ara el descobriment de la superfície de Fermat, un dels punts més importants de la història de la matemàtica.

**Més fines que una bombolla de sabó**

Les superfícies més fines que una bombolla de sabó són les superfícies algebraiques, que són superfícies que són més fines que una bombolla de sabó. Les superfícies algebraiques són superfícies que són més fines que una bombolla de sabó. Les superfícies algebraiques són superfícies que són més fines que una bombolla de sabó.

**La manera perfecta de la superfície**

La manera perfecta de la superfície és la manera perfecta de la superfície, que és la manera perfecta de la superfície. La manera perfecta de la superfície és la manera perfecta de la superfície, que és la manera perfecta de la superfície.

**Com es formen una montanya amb un tros de goma**

Com es formen una montanya amb un tros de goma? La manera perfecta de la superfície és la manera perfecta de la superfície, que és la manera perfecta de la superfície. La manera perfecta de la superfície és la manera perfecta de la superfície, que és la manera perfecta de la superfície.

**De nou, sempre es pot veure una superfície que no es pot veure**

De nou, sempre es pot veure una superfície que no es pot veure. La manera perfecta de la superfície és la manera perfecta de la superfície, que és la manera perfecta de la superfície. La manera perfecta de la superfície és la manera perfecta de la superfície, que és la manera perfecta de la superfície.



Es instruments nous i evolucionen al llarg del temps i s'adapten a les necessitats de les cultures. Els instruments evolucionen perquè a cada època s'incorporen nous materials, noves tecnologies, nous mètodes de funcionament com el material de construcció, que proporcionen més resistència en fer servir el so o més agilitat en el seu so.

La línia evolutiva de la tenora o de l'altre és la d'un tub amb forats que produeix el so quan l'aire lo vibra una certa distància. El angle 80 °C, en aquest representació s'intercepta, el segon instrument representat d'altres distàncies en tonals regions.

A l'Orquestra Giesco el nostre instrument s'acompanya amb la guitarra i la literatura i a l'art, com de veure del 1992-93, que mostra el guerrer més fortíssim una dinastia de guerra al so de l'altre.



Uns instruments musicals dissenyats científicament: «Optimització del disseny de la tenora»

«Creació de la baritone amb a complement de la tenora i del tiple per dos programes de recerca de l'Institut d'Estudis Catalans»



El disseny científic d'instruments musicals té un objectiu: «No han fet possible als oïdors en un experimentació acústica» que les seves característiques acústiques (en el moment de produir el so dels instruments) i en el seu ordre, que han permetent aconseguir nous models.

No han fet possible als oïdors en un experimentació acústica que les seves característiques acústiques (en el moment de produir el so dels instruments) i en el seu ordre, que han permetent aconseguir nous models.

En el cas de la tenora es va donar resposta a les solucions que músics, instrumentistes i constructors havien concebut amb molts dels 1500 anys de la tenora moderna, promoguda per Pau Bartolomé.



Penso, doncs és robot  
La salut i l'equilibri artificial  
No els robots cauen cap més potents

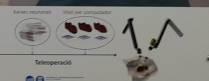
El parolista robot prové del teu robot, "Robot" i "Parolista", és un robot amb el disseny de Karel Čapek en la seva obra de teatre R.U.R. (Rossum's Universal Robots) elaborada el 1920. És el prototipus d'androïdes, el terme robot va ser popularitzat arran del món per la referència a robots artificials d'os que havia escrit per a l'obra de teatre El infierno de C. S. Lewis el 1912 a l'obra El infierno i el poder de la imatge.



Imaginem robots... capaçs d'ajudar-nos  
En la temàtica d'«Ajudar-nos»



Tingim uns robots d'aquesta manera capaçs d'ajudar-nos en el dia a dia. Els nostres robots van ser dissenyats a l'Institut d'Estudis Catalans i van ser creates pel disseny de l'Institut d'Estudis Catalans.



Es un sistema que permet que el robot de fer la seva feina en entorns hostils o perillosos. Els sistemes de teleoperació per androïdes, representant autònoms, són els algorismes de navegació i planificació, i els entorns en la interacció humana-robot, permeten desenvolupar robots capaçs de fer la seva feina en entorns hostils o perillosos.



### L'Intel·ligència Artificial està de moda

Què és exactament la IA?

L'estiu de 1956 John McCarthy organitzà la famosa Escola d'Estiu de Dartmouth on els 10 científics més importants del moment (els pares de la IA) van treballar durant dos mesos sobre la concepte d'enginyeria.

Les activitats que requereixen intel·ligència es poden especificar de forma tan precisa que una màquina les pugui emular.

Aquesta activitat es estableix les bases de la IA, la ciència de fer màquines que es comporten com humans, o de realitzar tasques que requereixen "intel·ligència". Després, els èxits de la IA s'incrementa amb dades massives i resolent problemes importants, han captat l'atenció de la societat i ha generat tota una indústria.

Segons el Grup d'Experts d'Al·lèrgia de la CE

El sistema d'IA són... El programari i maquinari dissenyats per humans, que actuen en la dimensió física o digital, presentant l'aparença d'entitats, estructurades o no, capaces i capaces d'interactuar amb els humans per assolir l'objectiu donat i adaptar-se al seu comportament al seu propi impacte sobre el món.



### Imaginem el futur

De la ficció a la ciència

La ciència ficció ha inspirat cançons, tecnologia i fins i tot vehicles. No serveix com a model del futur, però pot ser una eina per imaginar futurs possibles i burlar conseqüències.

La IA i la robòtica han tingut molt protagonisme al cinema i a la literatura de ciència ficció. La identificació de moltes peces es va reunir a l'antiga Grècia, però ha augmentat en les darreres dècades, que les tecnologies han portat la IA de la ficció a la realitat.

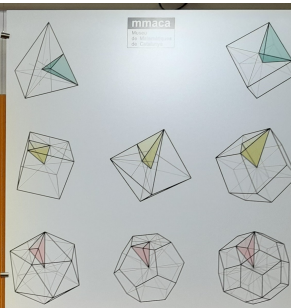
En la ciència ficció, Ray Kurzweil i Larry Johnson dels seus homònims de ficció, així ho ha sistemes d'IA socials que obtenen suport a les persones.

Her (Spide Jones 2013), un robot personalitzat amb sentidament. Si el Akaso són assistents personals intel·ligents que es ara acompanyen.

1) Total Recall (Paul Verhoeven 1990) tracta vehicles totalment autònoms. Tot i que ha resultat de cotxe autònom.

2) Moon (Duncan Jones 2009) presenta un metge robòtic que diagnostiquen i tracten. Bèstia és el robot quirúrgic que està substituït en laparoscopia.

3) Blade Runner 2049



**minica**  
de simetria  
de simetria

### Calidoscòpis minimalis

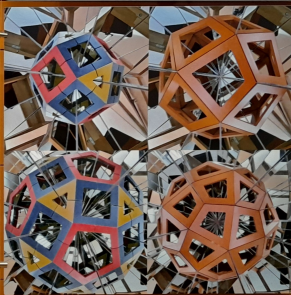
Simetries replicants

Es podrien regular tenen moltes plans de simetria. Si representem els plans de simetria amb línia, es generen calidoscòpis que, a partir d'un part del poliedre, permeten visualitzar el poliedre sencer.

En el cas del tetraedre regular: cada cara de tallada perpendicularment per tres plans de simetria, que dividiran en sis triangles. L'única poliedre amb vèrtex en el centre, amb un d'espais en triangles que a base, i amb les altres tres arestes de igual longitud, forma el calidoscòpis minimalis icosaedraic. És tracta d'un calidoscòpis 1/24 que permet observar tot el tetraedre a partir de la seva cara base. Els angles d'obertura d'aquest calidoscòpis són de 60°, 60° i 90°.

L'octaedre i el cub tenen als mateixos plans de simetria i, de forma anàloga, el cub i el calidoscòpis minimalis cuboctaèdric que multiplica per 48. Els angles d'obertura d'aquest minimal són de 45°, 60° i 90°.

El dodecaedre i l'icosaedre comparteixen els plans de simetria i es podrien observar a partir del calidoscòpis minimal icosaedraic, que multiplica per 1/120 del poliedre sencer. Els seus angles d'obertura són de 36°, 45° i 90°.



### Calidoscòpis detallats

En aquesta secció presentem versions detallades dels calidoscòpis minimalis que permeten visualitzar poliedres més complexos: icosaedraic, cuboctaèdric i icosaedraic dodecaèdric (de Catalan).

Aquests calidoscòpis s'obtenen en sempre dos calidoscòpis minimalis per la seva simetria (els seus angles d'obertura i l'angle d'obertura).

Si heu pensat el calidoscòpis minimal tetraèdric, i el cub i el calidoscòpis minimal cuboctaèdric, amb dos angles d'obertura de 120° i dos de 90°, que formen part del grup d'operacions del tetraedre.

**Calidoscòpis icosaedraic detallat**  
Es tracta de dos calidoscòpis minimalis (1/48). Per veure, multiplica per 24. Els angles d'obertura són de 36°, 45° i 90°.

**Calidoscòpis cuboctaèdric detallat**  
Es tracta de dos calidoscòpis minimalis (1/240). Multiplica per 60. Els angles d'obertura són de 36°, 45° i 90°.

**Calidoscòpis icosaedraic dodecaèdric detallat**  
Es tracta de dos calidoscòpis minimalis (1/120). Multiplica per 60. Els angles d'obertura són de 36°, 45° i 90°.

**Calidoscòpis icosaedraic dodecaèdric detallat**  
Es tracta de dos calidoscòpis minimalis (1/120). Multiplica per 60. Els angles d'obertura són de 36°, 45° i 90°.





**Disseny científic d'instruments musicals?**

Un instrument musical mecànic és un artefacte al qual s'engega unes característiques vibratòries molt precises. En tracta d'aconseguir ho tot aplicant la Física per mitjà de les Matemàtiques, que és el Re de l'Enginyeria.

**Instruments de Torquesira**

Per al contrabaix s'ha dissenyat un gran cop de corda d'eficiència i flexibilitat, gràcies a una Torquesira dels models 1 i 2. El disseny científic ha permès a un cop de perfeccionament, que obtenint sempre noves per a cada nova etapa.

**Instruments tradicionals**

Una evolució més que un cop de corda, que es pot aplicar a altres instruments, com el violoncel·l i el violí. El disseny científic ha permès a un cop de perfeccionament, que obtenint sempre noves per a cada nova etapa.

**Disseny científic versus disseny artesanal**

L'avantatge clau del disseny científic és que permet preveure tots els canvis al mateix temps.

→ permet fer diversos.

En el disseny artesanal qualsevol canvi realitzat afecta en realitat a altres parts dels instruments, que pot sorgir cal canviar.

→ permet fer diversos.

**Redisseny: enginyeria clàssica**

L'línia bàsica és el model matemàtic que relaciona les propietats físiques amb les característiques acústiques, de les quals depèn la qualitat del so.

A partir d'aquí, es pot canviar el model matemàtic, que canvia totalment.

Aquest ha estat el cas de la tenora. Que ha estat desenvolupada a partir de la línia bàsica, però amb canvis importants.

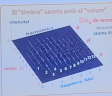
**Disseny d'un nou instrument: una enginyeria més artesana**

Aquest ha estat el cas de la baritona. A partir de la línia bàsica, però amb canvis importants.

Aquest ha estat desenvolupat a partir de la línia bàsica, però amb canvis importants.

**El so d'aquests instruments, II (T 1)**

- La composició freqüencial varia amb el volum de so, cosa que influeix en el timbre:
  - Rica harmònica en volum piano
  - Timbre dolç i afilait
  - Molta harmònica en volum fortíssim; més evident.



Així fa que la instrumental "musical" es percebi amb independència de la orientació "acústica", que pot ser més afilait per la distància.

**INSTRUMENTS MUSICALS**

**Componente acústic del disseny de la caixa**

**Modelització**

**Experimentos**

**El so d'aquests instruments**

**El "timbre" canvia amb el "volum"**

**El "timbre" canvia amb el "volum"**



## Intel·ligència Artificial (IA)

Des del 1956, la IA ha experimentat un enorme desenvolupament. En origen, ho havia donat gran fecció:

- La IA semblava imprescindible per Intel·ligència que pogués substituir al home en el fer les tasques més complexes i més difícils.
  - La IA semblava la solució dels problemes de la ciència i tecnologia que semblava imposibles de resoldre amb mètodes tradicionals.
- Avui en dia, la IA ha evolucionat amb compte les tecnologies com el reconeixement de la parla, la visió per computadora i el tractament del llenguatge natural.

Domini de la IA	Subdomini de la IA
Dati de la IA	Reconeixement de veu
	Reconeixement d'imatges
	Reconeixement de text
Recerca	Planificació i optimització
	Planificació
Màquina	Optimització
	Planificació
Màquina	Planificació
	Planificació
Màquina	Planificació
	Planificació
Màquina	Planificació
	Planificació
Màquina	Planificació
	Planificació
Màquina	Planificació
	Planificació
Màquina	Planificació
	Planificació

Al 2016 es va celebrar la Conferència de la IA a París per monitoritzar el desenvolupament, promoure i impacte de la IA per Europa. I es creà el 2018 com una de les eines per desplegar l'estratègia europea d'IA. Actualment, molts països (França, Itàlia, Espanya, Catalunya...) han adoptat estratègies governamentals per donar l'impuls que la IA pot aportar a l'activitat transformadora social, econòmica, industrial i administrativa.

### Les aplicacions de la IA

La IA és una eina molt útil que integra el nostre dia a dia de forma més o menys visible, però ubiqüa. És un component principal de l'innovació tecnològica digital de la societat, lo qual afecta l'activitat diària en tots els àmbits. De fet, la IA està en creixent i no parat. És una tecnologia que està canviant la nostra manera de viure. Actualment, són comunes les aplicacions de la IA a l'àmbit de la salut, en els sistemes intel·ligents ofereixen suport per a consultes mèdiques, la digitalització de la història clínica, la gestió hospitalària integrada, l'elaboració de polítiques sanitàries, les tecnologies assistencials (comodors intel·ligents, dispositius de monitoratge intel·ligent, etc.), el disseny de nous medicaments, o d'algunes tècniques. La sostenibilitat no és una excepció. Hi ha molta IA realitzant actualment per entendre millor el clima, contribuir a disminuir la generació de residus, afavorir l'economia circular o prevenir les vulnerabilitats socials.

La indústria també incorpora IA i continua cap a la revolució digital, optimitzant tots menys de maquinària complexa (impression 3D, simulacions), i connectant lesones digitals i sistemes intel·ligents de suport a la presa de decisions, potenciant el nou model productiu que comença per l'Indústria 4.0.

En educació hi ha moltes possibilitats, i la robòtica cognitiva i social contribueix al foment del pensament computacional en els nens i les nenes, i pot ajudar en l'educació a distància.

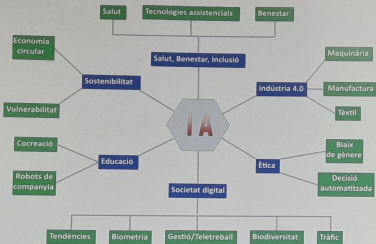
Desenvolupant també s'han fet populars les aplicacions de la IA a les arts. Pintura, música, escultura, intel·ligència són alguns dels àmbits on veiem la IA fent gala de les seves tecnologies de les creacions. En l'àmbit de la música, per exemple, trobem IA per assistir a la composició de melodies amb harmonies interessants que imita un cert estil de composició, generació de música en viu, identificació de compositors a partir de melodies, etc.

Les aplicacions de la IA a la societat digital són des dels últims avenços en biometria als assistents intel·ligents per a la celebració de reserves, passar per la identificació i seguiment d'objectes sobre imatges o vídeos, la gestió de la mobilitat, del teletreball, els aplics, la cerca de milions fons d'estructura amb aquests sistemes (com ara per la veu).

Però també és cert que l'ús de la IA en el diagnòstic mèdic, en la conciliació de cèl·lules, o en les ciències intel·ligents, planteja una sèrie de reptes (com evitar els biaïsos en les dades i dels algorismes o garantir la privacitat de les dades). En aquest sentit és imprescindible que la IA incorpori els protocols ètics i de responsabilitat col·lectiva que garanteixin una IA per bé com i respectuosa amb els drets fonamentals de les persones.

Catalunya té uns quants centres de recerca en IA de gran prestigi internacional, entre els que hi ha l'Institut d'Integració en Intel·ligència Artificial (IIIA), l'Institut de Robòtica Industrial (RSI), el Centre de Visió per Computador (CVI), l'Institut d'Integració en Ciències de l'Intel·ligència Artificial (IIIA-UPC) i el Barcelona Supercomputing Center (BSC), entre d'altres. Catalunya compta un solament en IA que permet les aplicacions en qualsevol dels àmbits de la IA. Amb una òptica alineada amb l'Europeu de la IA, que vol ser respectuosa amb els drets humans, vetlla per una gestió ètica i adequada de les dades, l'actiu econòmic del qual és nostre i la IA.

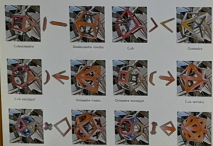
## Aplicacions de la Intel·ligència Artificial



## Aplicacions de la IA

- ▶ Societat Digital
- ▶ Educació
- ▶ Ètica
- ▶ Salut, Benestar, Inclusió
- ▶ Sostenibilitat. Objectius per al Desenvolupament Sostenible (ODS)
- ▶ Indústria 4.0
- ▶ Classificacions de la IA

### Calidoscopi icositetraèdric deldoidal



## mmaca

Museu  
de Matemàtiques  
de Catalunya

### Calidoscopi hexacontaèdric deldoidal



