

Contribucions

Sir Michael Atiyah, *in memoriam*

Sebastià Xambó-Descamps

Professor emèrit, Departament de Matemàtiques
Universitat Politècnica de Catalunya

L'objecte d'aquest escrit és aportar algunes apreciacions sobre la darrera dècada de la vida de Sir Michael F. Atiyah (MA). Les fonts principals són una extensa correspondència mantiguda per correu electrònic, les converses en diverses ocasions en què vam coincidir, els treballs que anava escrivint, particularment els que m'enviava quan encara s'estaven elaborant, i els que he pogut obtenir en els darrers cinc mesos.

No tractaré els esdeveniments de les dècades anteriors, de 1929 a 2008, perquè poc podria

afegir als materials publicats en l'ocasió de la investidura de MA com a doctor *honoris causa* per la UPC: [41] (*Laudatio*), [42] (Exposició de pòsters), i l'article [44] (*Butlletí*).

Tanmateix, és oportú afegir que el magnífic volum [40] aporta moltes precisions sobre un aspecte que en aquells documents només vaig poder esmentar tangencialment: el paper estel·lar de MA en les jornades de treball anuals (*Arbeitstagungen*) que Hirzebruch va organitzar a Bonn a partir de 1957. I a la inversa, «tantes idees noves van omplir l'atmosfera de

l'*Arbeitstagung* que la major part de la meua pròpia obra (i probablement la de moltes altres) va sorgir d'aquell context. Vam aprendre moltes coses noves de camps dispers i la fertilització creuada es va convertir en la norma», [30, pàgina 712].

Tampoc em referiré als obituaris apareguts des del seu traspàs el dia 11 de gener d'enguany, com ara [46] i els indicats en la seva bibliografia (incloent-hi [45]). Una excepció és [37], descobert durant la preparació d'aquest escrit, i del qual citaré unes breus consideracions al final.

Una ment lluminosa matemàtica

Manllevo aquest títol de [32], que l'autor, Alain Connes, reforça amb «mai amortida». Encara que sigui des de la distància a la qual hom ha de contemplar les galàxies, trobo que és una apreciació justa i que aplaudeixo. Les línies que segueixen es poden llegir també com un ressò d'aquesta percepció.

L'any 2009 va ser molt especial. Del 24 al 27 de març se celebrà el II Congreso de Estudiantes de Física a la Facultat de Física de la Universitat de La Laguna (Tenerife). El promotor principal era Teodoro Roca Cortés, el degà, i la conferència inaugural, «Polyhedra in Geometry, Physics and Chemistry», fou impartida per MA.



Conferència inaugural del II Congreso de Estudiantes de Física (Universitat de La Laguna, 24/03/2009).

La bona fortuna va voler que m'invitessin a impartir la segona conferència, «Computació quàntica: ¿física-matemàtica o matemàtica-física?», derivada del treball de fi de carrera

de Juanjo Rué-Perna (2007) i que vam publicar posteriorment a [39]. Fou una ocasió en què l'Elionor i un servidor vam poder compartir uns dies amb els Atiyah, Michael i Lily, gaudint de l'hospitalitat de la Universitat de La Laguna, de la Facultat de Física, de l'Institut d'Astronomia i Astrofísica de Canàries i de l'Observatori del Teide.

Posteriorment, just un any després del doctorat *honoris causa* per la UPC, es va organitzar una conferència a Edimburg per celebrar el 80è aniversari de MA. Aquesta activitat està documentada a [36]. En particular, s'hi consignen els noms dels conferenciants (Edward Witten, Nigel Hitchin, Frances Kirwan, Mike Hopkins, Graeme Segal, Dusa McDuff, Paul Seidel, Curum Vafa, Simon Donaldson, Robert Dijkgraaf, Friedrich Hirzebruch) i s'hi apleguen enllaços a diversos materials produïts en aquella memorable ocasió. Fou per a mi un gran honor que un dels ingredients d'aquella celebració fos l'exposició dels pòsters [42].



Atiyah80+: Foto de grup (Thomas Koepe). El personatge retratat en el quadre del fons a l'esquerra és de Peter Higgs. A l'esquerra es pot veure un bocí d'un dels pòsters [42].

Quan a finals de l'any 2009 vaig rebre les transparències de la conferència «Topology and Quantum Physics» que MA havia impartit el 14 de desembre en el centenari de la Universitat de Bristol, l'*alma mater* de Paul Dirac, vaig celebrar que al final invoqués Clifford després d'esmentar Hodge, Newton, Einstein i Weyl, més que res per ressonància amb una ampliació dels meus interessos produïda en la preparació de [43]. És per això que vaig gosar enviar-li aquest material «havent vist el paper de Clifford en les seves transparències». En la resposta em va corregir un parell d'errades

i afegí: «Vaig intentar buscar la tomba de Clifford a Funchal, però sense èxit, ja que em penso que, després de morir-hi, el seu cos fou retornat a Anglaterra, al cementiri de Highgate, on també reposa Karl Marx!». ⁶

L'any següent, el 2010, MA fou invitat a impartir un cicle de tres conferències a Portugal (Braga, Coimbra, Porto) amb el suport de la Societat Portuguesa de Matemàtiques. En el cas de Braga, la visita estava programada del 15 al 18 d'abril en el marc de les Pedro Nunes Lectures i la directora del Centro de Matemática da Universidade do Minho, Paula Oliveira Marques, va promoure una exposició dels pòsters [42] que havia descobert a la meua web. Malauradament, la visita de MA es va haver de posposar a causa del caos produït en el transport aeri per l'erupció del volcà Eyjafjallajökull. Amb estoïcisme, en un missatge del 17 d'abril ho va resumir dient que «hom no pot discutir amb els volcans!». Així doncs, no vam poder gaudir de la seva companyia com en el cas de l'any anterior a Tenerife, però a part d'això la visita va resultar molt positiva. El cicle de conferències, ampliat amb Lisboa, es va poder celebrar uns mesos després.

Volum 7 de l'obra reunida

El 85è aniversari de MA (22 d'abril del 2014) fou celebrat amb una conferència a la Universitat d'Oxford, aprofitant l'avinentsa de la publicació del setè volum dels seus *Collected works* [3]. Seguint la numeració establerta en els sis primers volums, aplega 32 articles, del 174 al 206. Els sis primers articles del volum són en col·laboració amb, respectivament, P. Sutcliffe [29], G. Segal [28], R. Dijkgraaf i N. Hitchin [19], G. Moore [27], N. Manton i B. Schroeders [25], i C. LeBrun [23]. Els resultats dels articles amb Segal i LeBrun són matemàtics, mentre que els focus dels altres quatre estan en diversos aspectes de les interaccions entre la geometria i la física.

El setè article (180) és una incursió, en col·laboració amb S. Zeki, O. Hulme i B. Roulston, i l'única en la seva obra, en l'estudi de determinats patrons de l'activitat del cervell humà presents en la visió.

Tots els altres articles només porten la seva firma i responen a inquietuds o compromisos de diverses menes. Destaquen els articles dedicats a valorar l'impacte de diverses figures (Thom, Einstein, Riemann, Bott, Hitchin) i altrament tenen un caràcter d'assaig en què predominen les reflexions sobre filosofia de la recerca, sovint en el marc d'algun context històric concret.

Els articles 183 i 184 tenen una significació particular, ja que són transcripcions de les dues conferències que va impartir el 18 i 19 desembre del 2007 a Barcelona: [4] i [5]. La primera es va reproduir també en un volum sobre el llegat de Riemann editat per Lizhen Ji, Frans Oort i Shing-Tung Yau (*The legacy of Bernhard Riemann after one hundred and fifty years*, Advanced Lectures in Mathematics, volum 35, International Press, 2016).

Publicacions 2014–2018

Apleguem aquí una breu notícia sobre els treballs publicats per MA després de l'aparició de CW7. El 2014 es van publicar les actes de la conferència celebrada el 2010 a l'Institut Henri Poincaré (París) sobre la resolució de la conjectura de Poincaré, amb la contribució [6]. També va aparèixer una pàgina de reminiscències sobre Solomon Lefschetz [7].

A [6] es prefiguren algunes de les idees que ocuparan l'atenció de MA en els propers anys, com ho indiquen les citacions següents (pàg. 1): «Sabem que la resolució de Perelman de la conjectura de Poincaré, combinada amb el brillant treball previ de William Thurston, forneix una comprensió essencialment completa de les 3-varietats compactes, i queda doncs com una frontissa entre la geometria clàssica de superfícies i l'emergent geometria en dimensió 4, que possiblement ocuparà els matemàtics (i físics) per molts anys de l'avenir». Després d'esmentar la relació de treballs de Donaldson, Jones i Witten amb «noves idees de la física», acaba amb el que qualifica com a «especulacions personals, arriscades però essencials per progressar», sobre les relacions entre la geometria i la física (pàgs. 5 i 6): «Einstein va estendre les tres dimensions de l'espai a un espai-temps de quatre dimensions, on la curvatura propor-

⁶ Segons la Wikipedia, «Clifford and his wife [Lucy Lane] are buried in London's Highgate Cemetery just north of the grave of Karl Marx, and near the graves of George Eliot and Herbert Spencer».

ciona la força gravitacional. Una idea deguda fonamentalment a Hermann Weyl mostra com una cinquena dimensió addicional incorpora el camp electromagnètic de Maxwell. Mentre que l'espai de cinc dimensions té una mètrica indefinida de signatura $(4, 1)$, podem ignorar el temps i obtenir una varietat riemanniana de quatre dimensions. Aquí la teoria de Donaldson és natural i em sento atret per la idea que els fenòmens que va descobrir han de tenir un paper clau en la física. Estic explorant el possible paper d'aquest tipus de 4-varietats riemannianes com a models de la matèria nuclear, en els quals la topologia es relacionarà directament amb la física». El retard de quatre anys en l'edició del volum on es troben aquestes reflexions fa que els primers fruits de l'esmentada exploració apareguessin abans: [25] (178 de CW7). En tot cas, veurem que MA va sostenir fins al final una mirada que s'atreveix a arriscar per tal de trobar avingudes per al progrés, «en un procés darwinian en què unes especulacions prosperen i d'altres minven en silenci».

L'article [21] estudia com tractar l'evolució temporal en els models estàtics de la matèria considerats a l'article [25] (178 de CW7), mentre que [9], inclòs en el volum dedicat a la memòria de F. Hirzebruch, exposa el teorema de la signatura de Hirzebruch i l'estén a determinades varietats amb singularitats còniques.

El tema dels models geomètrics de la matèria es torna a considerar a [26], i a [18] es considera amb molt detall el cas de l'heli. En aquests treballs s'afita el nombre d'isòtops que pot tenir un element químic. Per exemple, en el cas de l'hidrogen, el model del qual es deriva del pla projectiu complex, la fita és de nou isòtops, i val a dir que actualment, a més dels familiars deuteri i triti, s'han observat els de pesos atòmics de 4 fins a 7, tot i que tenen una vida mitjana extraordinàriament petita.

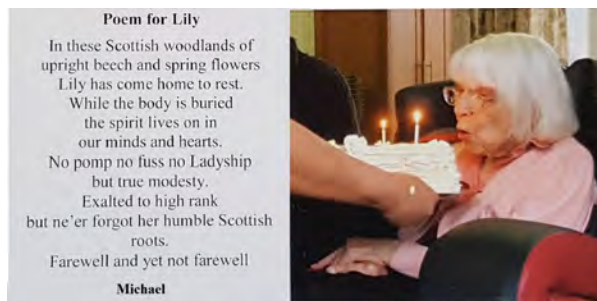
L'any 2017 va aparèixer [20], una excel·lent síntesi del propòsit i l'evolució de la teoria de twistors de R. Penrose. En particular, s'exposa una construcció elemental de l'espai de twistors i de quina manera la seva cohomologia serveix per codificar solucions de diverses equacions fonamentals de la física matemàtica. Tot i que només el trobo a l'arXiv, també és oportú esmentar [11]. Vaig rebre la versió que

considerava final el 3 de setembre del 2017, «molt recent», «sembla lleuger, però això és enganyós».

Pel que fa al darrer any de la seva vida, a [24] s'afirma que conté demostracions de les conjectures enunciades el 2002 a l'article [29]. Dissortadament, el MR es limita a consignar un parell de frases de l'*abstract*, incloent-hi que les demostracions són purament geomètriques (geometria relativista) i que es proporciona una interpretació física en termes d'electrons (física relativista). L'article també explica la llarga història dels problemes, formulats primer per l'espai euclidi ordinari, després per l'espai hiperbòlic de dimensió 3, i finalment per l'espai de Minkowski.

Mereix una menció especial l'article [16] en què exposa una «nova» demostració que l'esfera S^6 no admet cap estructura complexa. Per al context, història i significació d'aquest problema (conegut com a *problema de Hopf*), vegeu [1]. El fet de referir-s'hi com una nova demostració prové del fet que la primera que va donar a conèixer, que podeu trobar a [8], no va convèncer «els nombrosos experts d'aquesta àrea», que van interpretar que la mancança principal era que «la condició d'integrabilitat de la suposada estructura complexa no apareixia enlloc». De fet, [16] té dues facetes, una de dirigida principalment als físics (§3) i una altra als matemàtics (§4). Malauradament, la recensió de MathSciNet es limita, tot i que va signada, a reproduir el sumari, que per cert acaba amb el que segurament podria resultar tenir més entitat: «Empro l'exemple de S^6 per veure molts problemes de la física sota una nova llum. Espero que en el futur aquestes idees aportaran una perspectiva diferent, amb beneficis substancials en totes les àrees». El significat d'aquestes afirmacions es concreta en la secció de cloenda (§6). Tanmateix, la suposada nova demostració es redueix a nou línies i és força versemblant que també sigui considerada insuficient. Personalment, trobo atractiu el flux d'idees, però el meu coneixement de les matèries rellevants no arriba a poder veure amb claredat si és suficient. Aquí és obligat citar [34], en què suposadament es demostra, des d'un punt de vista més aviat físic, el contrari: que S^6 admet estructures complexes, per bé que els arguments, segons s'explica a [1], no es consideren gaire convincents.

Tota l'activitat de MA durant el 2018, de la qual encara ens haurem d'ocupar a la propera secció, potser amaga que l'any fou molt difícil des d'un punt de vista personal, com ja ho havien estat els anteriors. El dia 13 de març del 2018, dos mesos i cinc dies després del 90è aniversari, moria la seva esposa, Lily Brown de soltera. La imatge és un detall de la contraportada de l'opuscle [14]: una foto del darrer aniversari de Lily Atiyah acompanyada d'un poema signat per **Michael**. S'havien casat el 1955, just abans de la primera visita de MA a l'IAS, i a [42] podeu trobar diverses imatges d'aquells temps primeverals. També podeu trobar detalls curiosos d'aquella època a la breu semblança [17] de W. L. Edge, un nom més dels que MA va tenir a bé fer-ne un breu retrat.



Manuscripts amb cua

Del manuscrit [10], amb la promesa d'una breu demostració del teorema de Feit-Thompson (segons el qual tot grup finit d'ordre senar és resoluble), hi ha hagut molts comentaris, sovint simples aquiescències a crítiques que d'altres han emès a les xarxes socials. En aquest cas, però, trobo adient citar el magnífic article de Connes [32], tant pel seu positiu contingut matemàtic com per la sensibilitat de l'autor. Sincerament, em penso que no és inversemblant esperar una reacció d'una categoria similar pel que fa a l'article sobre el problema de Hopf (cf. [31]).

Una altra cosa són els manuscrits [13] i [15] (17 i 5 pàgines, respectivament). En vaig rebre còpies el dissabte 22 de setembre del 2018. Val a dir que en un missatge del 18 de setembre, enviat a una vintena de col·legues, adjuntava l'entrevista [33] (3 de maig de 2018) i comentava que «estableix bé la meua metafísica i pot ajudar als lectors a entendre els meus treballs més tècnics».

En constatar que els raonaments inicials de [15] no tenien el rigor matemàtic que usualment s'exigeix, no se'm va acudir altra cosa que intentar fer els càlculs indicats a la fórmula (8.11) de [13], ja que aquest article era la base de l'altre. Com que no em donaven res que s'assemblés al que s'havia d'esperar (l'invers del valor de la constant fina, és a dir, 137,036), el vaig escriure el diumenge per mirar d'assegurar que els nombres de Bernoulli d'ordre superior coincidien amb la definició usada en els meus càlculs. A més, el feia avinent, via un parell d'il·lustracions, d'algunes de les incoherències que havia apreciat. Em va escriure el mateix dia 23 que contestaria en tornar del Heidelberg Laureate Forum, que començava el dilluns 24. La resposta no va arribar mai, ni em va servir el vídeo de la conferència, repetint així l'episodi esdevingut amb algunes observacions que li havia plantejat un any abans, també en un to més aviat menor i indirecte, sobre els articles relatius a Feit-Thompson. Els dubtes van augmentar quan en calcular la seva fórmula (7.1), cosa fàcil amb els programaris a l'abast, s'obté un valor molt allunyat del que hauria de donar segons la fórmula (1.1).

Com en el cas de S^6 , semblaria que de [10] en va publicar una altra versió, almenys parcial, a [22], que malauradament no he aconseguit trobar enlloc. Però durant la preparació d'aquest escrit he pogut obtenir [12], una mena de testament amb prou indicis per fer-se una idea de la situació, incloent-hi l'estatus dels manuscrits amb cua. El contingut no correspon a la conferència que va impartir el 6 d'agost a l'ICM-2018 de Rio de Janeiro amb el títol «The future of mathematical physics: new ideas in old bottles», dedicada a «resoldre l'enigma de la constant d'estructura fina α » (*sic*, i és una pena que el vídeo a la web de l'ICM no arriba a deu minuts i que la seva baixa qualitat no permet entendre pràcticament res), sinó a un «intent per delinear un ampli programa que comença amb la constant d'estructura fina i apunta a la construcció d'una teoria de física aritmètica». L'origen d'aquesta decisió l'explica de la manera següent: «Durant l'ICM vaig escoltar moltes conferències brillants i vaig parlar amb moltes persones intel·ligents. Com a resultat, les meves idees van cristal·litzar i, en el llarg vol de tornada des de Rio fins a Frankfurt, van prendre forma final». L'origen

remot d'aquestes idees l'explica de la manera següent: «Un programa amb títol similar va ser presentat per Yuri Manin a Bonn el 1984. De fet, Manin no hi va poder assistir i li vaig presentar la seva conferència. Això em va donar l'oportunitat de suggerir que el programa de Manin era massa modest i que hauria de ser elevat del règim clàssic al règim quàntic amb espais de Hilbert al capdavant» (v. [2]) i [38]. Per resumir la seva concepció post-ICM de la física aritmètica (quàntica) recorre a un eslògan: essencialment és «la geometria algebraica sobre el cos dels quaternions», que reforça amb uns breus comentaris força tècnics per explicar com interpretar-lo.

Caldrà veure si aquesta darrera especulació és el cant metafísic d'un cigne o el portal d'entrada, com sembla que imaginava l'autor, a una nova era d'esplendor en les relacions entre matemàtiques i física. El cert és que a l'ICM-2018, ocasió en la qual vam poder compartir moltes estones, aprofitava per aproximar-se a pràcticament tots els conferenciants per conversar-hi, sempre amb el seu estil directe i incisiu, invariablement amable, i també per parlar amb tothom que volgués saludar-lo. A les fotos podem apreciar dos moments de les seves animades converses, a l'esquerra amb un participant i a la dreta amb Ingrid Deaubechies.

«Els programes visionaris prenen dècades per madurar i 34 anys després [de Bonn 1984], en el vol del nou món a l'antic, el programa va revelar la seva veritable essència. El títol de la meua conferència «Abel» va adquirir de sobte un nou significat, amb ampolles substituïdes per continents» [12, pàgina 111].



Converses sobre Catalunya

Sovint, en les converses o correspondència, va expressar interès per la nostra llengua. Per exemple, quan vaig traduir el seu discurs d'acceptació del doctorat *honoris causa*, em va comentar que «estudiant el text hauria de poder aprendre català». I quan li vaig enviar l'enllaç a un escrit que va sortir al full de

l'FME sobre l'acte d'investidura, va contestar: «El meu català està millorant». Més tard, en enviar-li l'opuscle en paper, ho va agrair i va afegir: «Hauré de posar al dia el meu català». I en acabar l'article [44], per al qual va atendre pacientment totes les preguntes que li vaig anar formulant, va contestar que tractaria de «Millorar el català» en una ocasió i va dir que esperava «Aprendre prou català per desxifrar-lo», en una altra.

El 14 de març del 2016 em va enviar un missatge preguntant-me si em semblaria bé organitzar amb ell un minisimposi sobre geometria i física a la segona reunió conjunta de la SCM i l'EMS (Societat Matemàtica d'Edimburg) prevista per a finals de setembre del 2017 a Edimburg. Naturalment ho vaig considerar un honor i vaig acceptar, i vaig suggerir que en aquesta ocasió fos la part escocesa, per reciprocitat amb la primera reunió conjunta el 2015 a Barcelona, la que tingués més protagonisme. Els dos conferenciants proposats des de la SCM van ser l'Ignasi Mundet, de la UB, i en Roger Casals, de l'MIT, i el títol de les seves conferències va satisfer a tothom: «Finite subgroups and Ham» i «Legendrians, mirror symmetry and topological strings», respectivament. Però al final ni MA ni jo mateix hi vam poder assistir. Ell, perquè a mitjans de juny del 2017 es va adonar que les dates se solapaven amb el seu «viatge anual a Heidelberg», i ho va delegar en José Figueroa-O'Farrill. I a mi tampoc em va ser possible, per diverses complicacions del mes de setembre, i vaig transferir la responsabilitat, amb acord de totes les parts, a l'Ignasi Mundet.

El 20 d'agost del 2017 va enviar un missatge de condolència: «Etic segur que tot Edimburg comparteix el dolor i la pena dels nostres col·legues de Barcelona. Tots hem estat a les Rambles». I afegia: «La concentració en les matemàtiques potser ajudarà a restaurar el senderi; aviat t'enviaré millors notícies», fent referència a dos articles que vaig rebre dues setmanes després ([10] i [11]).

També voldria incidir breument en la preocupació que va expressar per Catalunya, sobre tot a partir de l'1-O. Un fil era el de les semblances i diferències entre Catalunya i Escòcia, i també paral·lelismes més llunyans, com l'Índia i Sud-àfrica. Una altra línia era si hi havia la possibilitat de mediacions per evitar la crisi. Va

començar amb una pregunta el dia 7 d'octubre: «Podria una figura prominent d'Escòcia, com ara el primer ministre Gordon Brown, actuar com a mediador?» I el dia 8 afegia: «Eestic preparat per ajudar utilitzant qualsevol influència que tingui a Escòcia», i comentava que es veia neutre políticament quant al doctorat *honoris causa* per la UPC i el nomenament com a soci d'honor de l'RSME. El problema, tal com el veia des d'aquí en aquelles circumstàncies, era com aconseguir un nom que el govern de Madrid pogués acceptar com a mediador. Un optimista com MA ho veia factible, fins i tot tenint-hi ell mateix un paper important. Crec que hi ajudava el crèdit que ell donava als relats dels mitjans de comunicació britànics, i em sabia greu haver d'expressar-li el meu escepticisme derivat de l'observació dels comportaments rígids i agressius de la maquinària de l'Estat, dominada per persones amb pocs escrúpols, i de la majoria de mitjans de comunicació. «Em complauria poder ajudar», repetia, i esmentava altres noms, com ara el del senador nord-americà George Mitchell (un libanès!), pel seu paper a Irlanda; el papa, argentí; Sir John Elliot, hispanista [clarament inclinat a la visió de Madrid, com es desprèn dels seus escrits], entre d'altres. Les converses van reflectir caires nous amb tots els esdeveniments produïts des de l'empresonament dels Jordis (16-O) fins a l'aplicació del 155 (27-O), amb la convocatòria d'eleccions per al 21 de desembre, i totes les conseqüències d'aquestes decisions. El 25 d'octubre vaig esmentar-li que potser Federico Mayor seria un bon suggeriment, ja que just havia parlat de la necessitat de diàleg en una visita a Barcelona. Hi va estar d'acord, i tot seguit li vam enviar un llarg missatge en tres etapes (25, 26 i 28 d'octubre) amb idees sobre possibles maneres de procedir, i una de central: la de garantir observadors internacionals neutrals de les eleccions. Malauradament, la resposta no va arribar fins al 2 de novembre i va ser diplomàticament evasiva. Això, el fet que Ian Murray (membre del Parlament laborista) assegurés que «a totes les votacions hi participen observadors internacionals», juntament amb la visió dels mitjans britànics, va refredar les converses. El 23 de desembre li vaig enviar la traducció a l'anglès del poema que David Jou m'havia enviat i que tan clarament expressava el sentiment de molts catalans sobre com veuen

la forma com es condueix l'estat. Va contestar el 24: «Catalunya ha ocupat molts dels meus pensaments dels darrers dies, i per això em va agradar el poema», però en certa manera va llegir els resultats de les eleccions com si els problemes haguessin entrat en una via de solució, acabant amb aquesta consideració: «Madrid haurà de parlar. Mediadors neutrals, potser de fora de la UE, com ara Sud-amèrica, podrien ser una solució per salvar la cara. Fes-me saber si puc ajudar».

Com he dit abans, l'any 2018 fou molt dur per a MA. En felicitar-lo pel 89è aniversari (22 d'abril), va contestar: «Vaig passar l'aniversari a l'hospital a causa d'una forta caiguda el 21 d'abril. Excepte un dolor agut, que es dissiparà lentament, m'han donat l'alta». En el mateix missatge em comunicava la mort recent de Lily, del seu germà Patrick, i del col·lega i amic Andrew Ranicki.

Vull acabar, com he dit al principi, amb unes citacions de [37]. La primera és la resposta de MA a la felicitació de Nadal de l'autor, Mynhyong Kim, que posa de manifest les aspres circumstàncies en què es trobava: «El teu missatge m'ha dut alegria nadalenca, ja que no m'he trobat bé i només puc treballar espasmòdicament». L'altra és la nota al peu de la primera pàgina, que possiblement expressa el sentir de molts: «Eestic d'acord amb l'escepticisme amb què es reben les seves afirmacions d'haver demostrat conjectures difícils. No obstant això, hi ha molts aspectes interessants en la seva visió unificada de les matemàtiques i la física». Finalment: «És difícil no quedar sorprès per les brillants idees que contenen tots els treballs de l'obra reunida [3], per no recórrer a les repeticions, i pel fet que cada volum conté un nombre substancial d'articles realment innovadors».

Referències

- [1] I. Agricola, G. Bazzoni, O. Goertsches, P. Konstantis, and S. Rollenske, *On the history of the Hopf problem*, *Differential Geometry Applications* 57 (2018), 1–9, [arXiv:1708.01068](https://arxiv.org/abs/1708.01068).
- [2] M. Atiyah, *Commentary on the article of Manin*, in [35] (F. Hirzebruch, J. Schwermer, and S. Suter, eds.), 1985, «aquest

- comentari, una resposta molt personal a l'article de Manin [38], conté remarques molt generals i especulatives sobre amplexes àrees de les matemàtiques contemporànies», p. 103–109.
- [3] ———, *Collected Works*, 1988 (vols. 1-5), 2004 (vol. 6), 2014 (vol. 7).
- [4] ———, *Duality in Mathematics and Physics*, 2008, Transcripció de la conferència patrocinada pel CRM, l'IMUB i la FME i impartida a l'IMUB el 19 de desembre de 2007. Vegeu [47, pàgines 55-68].
- [5] ———, *Riemann's Influence in Geometry, Analysis and Number Theory*, 2008, Transcripció de la conferència impartida a l'FME el 18 de desembre de 2007. Vegeu [47, pàgines 69-91].
- [6] ———, *Geometry in 2, 3 and 4 dimensions*, The Poincaré Conjecture (J. Carlson, ed.), Clay Mathematics Proceedings, vol. 19, AMS/Clay Mathematics Institute, 2014, Proceedings of the Clay Research Conference «Resolution of the Poincaré Conjecture», Institut Henri Poincaré, June 8-9, 2010, p. 1–6.
- [7] ———, *Solomon Lefschetz and Mexico*, The Influence of Solomon Lefschetz in Geometry and Topology: 50 Years of Mathematics at CINVESTAV (L. Katzarkov, E. Lupercio, and F. J. Turrubiates, eds.), Contemporary Mathematics, vol. 621, AMS, 2014, p. 1.
- [8] ———, *The non-existent complex 6-sphere*, 2016, [arXiv:1610.09366](https://arxiv.org/abs/1610.09366). Segons [12], enviat al Journal of Geometry and Physics.
- [9] ———, *The Hirzebruch signature theorem for conical metrics*, Arbeitstagung Bonn 2013. In Memory of Friedrich Hirzebruch (W. Ballmann, C. Blohmann, G. Faltings, P. Teichner, and D. Zagier, eds.), Progress in Mathematics, núm. 319, Birkhäuser, 2016, p. 1–15.
- [10] ———, *Groups of odd order*, 2017, According to [12], submitted to Journal of Geometry and Physics.
- [11] ———, *Scalar curvature, flat Borromean rings, and the 3-body problem*, 2017, [arXiv:1709.01539](https://arxiv.org/abs/1709.01539).
- [12] ———, *Arithmetic Physics – Abel lecture*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians – Rio de Janeiro 2018, Vol. I (B. Syrakov, P. N. de Souza, and M. Viana, eds.), World Scientific, 2018, p. 111–119.
- [13] ———, *The fine structure constant*, 2018, Segons [12], pàg. 112, enviat als Proceedings A of the Royal Society. També anota que es va enviar a l'arXiv el 15 d'agost de 2018, però actualment no apareix en demanar la llista dels seus articles.
- [14] ———, *Lily Atiyah (Jan 8th 1928 – Mar 13th 2018)*, 2018, A celebration of Lily's life and work, Playfair Library, Edinburgh, July 20, 2018.
- [15] ———, *The Riemann hypothesis*, 2018, <http://vixra.org/pdf/1809.0481v1.pdf>. Cf. https://en.wikipedia.org/wiki/Michael_Atiyah.
- [16] ———, *Understanding the 6-Dimensional Sphere*, Foundations of Mathematics and Physics One Century After Hilbert (J. Kouneiher, ed.), Springer, 2018, MR3822550, by S. Goethe. The Preface of the book is signed by M. Atiyah and J. Kouneiher, p. 129–134.
- [17] ———, *William Leonard Edge*, European Journal of Mathematics **4** (2018), núm. 1, 437–438, <https://link.springer.com/article/10.1007/s40879-018-0214-4>.
- [18] ———, *Geometric Models of Helium*, Modern Physics Letters A **32** (2017), núm. 14, 1750079, [arXiv:1703.02532](https://arxiv.org/abs/1703.02532). MR3645760.
- [19] M. Atiyah, R. Dijkgraaf, and N. Hitchin, *Geometry and Physics*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Ser. A **368** (2010), núm. 1914, 913–926.
- [20] M. Atiyah, M. Dunajski, and L. J. Mason, *Twistor theory at fifty: from contour integrals to twistor strings*, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical,

- Physical and Engineering Sciences **473** (2017), núm. 20170530, 30 p, [arXiv:1704.07464v2](#). MR3724608, by P. R. Law.
- [21] M. Atiyah, G. Franchetti, and B. J. Schroers, *Time evolution in a geometric model of a particle*, Journal of High Energy Physics **2015** (2015), núm. 2 (article 62), 16 pages, 16 p, [arXiv:1412.5915](#). MR3321401, by R. Arianrhod.
- [22] M. Atiyah and J. Kouneiher, *Todd function as weak analytic function*, 2018, <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219887819500919>.
- [23] M. Atiyah and C. Lebrun, *Curvature, cones and characteristic numbers*, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society **155** (2013), núm. 1, 13–37, MR3065256, by D. G. Harland.
- [24] M. Atiyah and J. Malkoun, *The relativistic geometry and dynamics of electrons*, Foundations of Physics **48** (2018), núm. 2, 199–208.
- [25] M. Atiyah, N. S. Manton, and B. J. Schroers, *Geometric models of matter*, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **468** (2012), núm. 2141, 1252–1279, MR2910348, by D. G. Harland. [arXiv:1108.5151](#).
- [26] M. Atiyah and M. Marcolli, *Anyons in geometric models of matter*, Journal of High Energy Physics **2017(7)** (2017), núm. Article 76, 26 p, [arXiv:1611.04047](#). MR3686722, from abstract.
- [27] M. Atiyah and G. W. Moore, *A shifted view of fundamental physics*, 2010, [arXiv:1009.3176](#).
- [28] M. Atiyah and G. Segal, *Twisted K-theory and Cohomology*, Inspired by S. S. Chern: A Memorial Volume in Honor of a Great Mathematician (P. A. Griffiths, ed.), Nakai Tracts in Mathematics, vol. 11, World Scientific Publishing, 2007, MR2307274, p. 5–43.
- [29] M. Atiyah and P. Sutcliffe, *Skyrmions, Instantons, Mass and Curvature*, Physics Letters B **605** (2005), 106–114.
- [30] M. Atiyah and D. Zagier (Coordinating Editors), *Friedrich Hirzebruch (1927-2012)*, Notices **61** (2014), núm. 7, 706–727.
- [31] R. L. Bryant, *S.-S. Chern’s study of almost-complex structures on the six-sphere*, 2014, [arXiv:1405.3405](#).
- [32] A. Connes, *On an idea of Michael Atiyah*, 2019, [arXiv:1901.10761](#).
- [33] J. A. de Azcárraga, *Sobre Matemáticas y Física: Una conversación con Sir Michael Atiyah*, Revista Española de Física **32** (2018), 32–38, <http://www.revistadefisica.es/index.php/ref/article/view/2457/1948>.
- [34] G. Etesi, *Complex structure on the six dimensional sphere from a spontaneous symmetry breaking*, Journal of Mathematical Physics **56** (2015), núm. 4, 043508, [arXiv:1509.02300v3](#) (2017).
- [35] F. Hirzebruch, J. Schwermer, and S. Suter (eds.), *Arbeitstagung Bonn 1984*, Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1985, Proceedings of the meeting held by the Max-Planck-Institut für Mathematik, Bonn, June 15-22, 1984.
- [36] ICMS, *Atiyah80: Geometry and Physics*, 2009, Conferència organitzada per l’International Center for Mathematical Sciences de la Universitat i la Real Societat d’Edimburg (20-22 abril, 2009): <https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/atiyah80.htm>.
- [37] M. Kim, *Michael Atiyah and the Mediterranean*, 2019, <http://people.maths.ox.ac.uk/kimm/papers/obituary.pdf>.
- [38] Yu. Manin, *New dimensions in geometry*, in [35] (F. Hirzebruch, J. Schwermer, and S. Suter, eds.), 1985, p. 59–101.
- [39] J. Rué and S. Xambó-Descamps, *Introducció matemàtica a la computació quàntica*, Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques **28** (2013), núm. 2, 183–231, <https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/Papers/QuantumComputing.html>.

- [40] W. Scharlau, *Das Glück, Mathematiker zu sein. Friedrich Hirzebruch und seine Zeit*, Springer, 2017.
- [41] S. Xambó-Descamps, *Laudatio de Sir Michael Atiyah*, 2008, vegeu l'opuscle publicat per la UPC en commemoració de l'acte d'investidura d'Atiyah com DHC. Conté, en annex, el text inclòs a la invitació a l'acte d'investidura, i la podeu trobar a <http://www-ma2.upc.edu/sxd/Atiyah/Laudatio-Atiyah.pdf>. Aquest material, junt amb el discurs de recepció d'Atiyah (també inclòs a l'opuscle esmentat), fou publicat en el número 25 de *SCM-Notícies*, 7–14, amb el títol «Sir Michael Atiyah, doctor *honoris causa*».
- [42] ———, *Sir Michael Atiyah. His Life and Work*, 2008, <https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/Atiyah/MFA-Vi0.html>.
- [43] S. Xambó-Descamps, *A Clifford perspective on Klein's geometry*. Conferència al simposi «Didactics of Mathematics as a Mathematical Discipline», Universitat de Madeira, Funchal, Portugal (1-4 Octubre, 2009), <https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/K2/K2-Xambo.pdf>.
- [44] S. Xambó-Descamps, *Sir Michael Atiyah. Vida i obra*, Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques 24 (2009), núm. 2, 137–208.
- [45] ———, *El somni de les matemàtiques*, 2019, La Vanguardia, 22 de gener de 2019: Sir Michael Francis Atiyah (1929–2019), matemàtic polifacètic i humanista.
- [46] ———, *Sir Michael F. Atiyah (1929–2019)*. Boletín electrónico de la SeMA, núm. 22, abril 2019, 66–75.
- [47] S. Xambó-Descamps (ed.), *Conferències FME 2007–2008. Volum Riemann*, 2008, https://fme.upc.edu/ca/arxius/butlleti-digital/riemann/0708_volum_riemann.pdf.