

ETSEIB/DMAT
GRAU D'ENGINYERIA INDUSTRIAL

Albert Einstein i la Ciència i la Tècnica del segle XX

Einstein i les Matemàtiques

S. Xambó

FME & IMTech

7/4/2025

<https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/99/s-E.pdf>

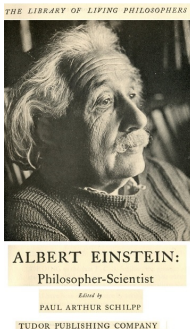
<https://mat-web.upc.edu/people/sebastia.xambo/99/EiM.pdf>

Índex

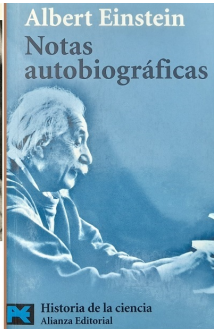
- Algunes referències bàsiques
- Apunts biogràfics (1879-1900)
- Formació en matemàtiques i física
- Apunts biogràfics (1901-1904): OSP i primers treballs
- Teló de fons per a un geni
- Apunts biogràfics (1905-1912)
- *Annus mirabilis* + 7 anys
- Apunts biogràfics (1913-1932)
- Les matemàtiques de la RG
- Apunts biogràfics (1933-1955)
- Llegats
- Bibliografia

Algunes referències bàsiques

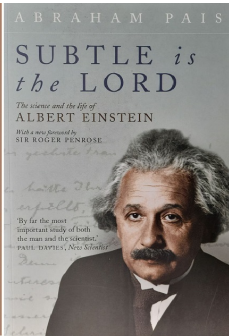
[1] (schilpp-1951)



[2] (einstein-1949)

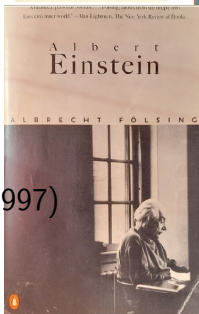


[3] (pais-1983)

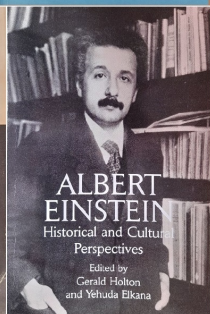


N

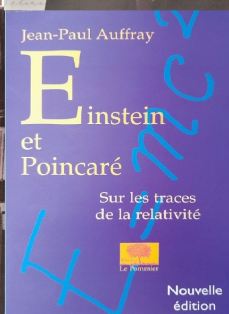
[4] (foelsing-1998)

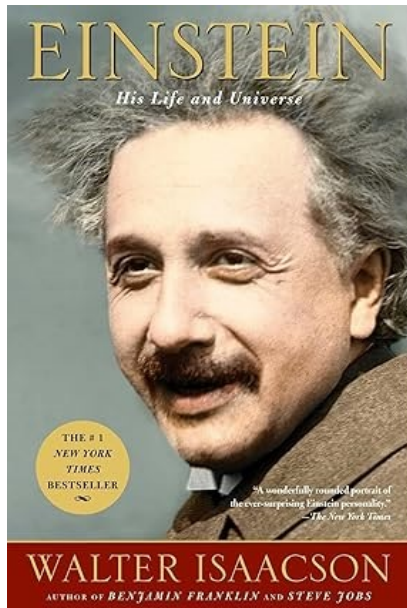


[5] (holton-elkana-1997)



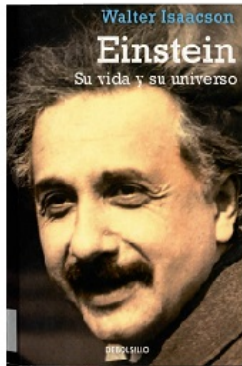
[6] (auffray-2005)





A wonderfully rounded portrait of the ever-surprising Einstein personality.

--*The New York Times*



[7] (isaacson-2007)

N

Facultat de Matemàtiques i Estadística

Conferències FME

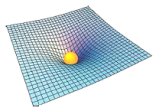


Volum I
Curs Poincaré
2003-2004



Facultat de Matemàtiques i Estadística

Conferències FME

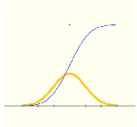


Volum II
Curs Einstein
2004-2005



Facultat de Matemàtiques i Estadística

Conferències FME



Volum III
Curs Gauss
2005-2006



Facultat de Matemàtiques i Estadística

Conferències FME

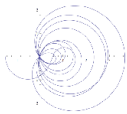


Volum IV
Curs Euler
2006-2007



Facultat de Matemàtiques i Estadística

Conferències FME



Volum V
Curs Riemann
2007-2008



Facultat de Matemàtiques i Estadística

Conferències FME

$$\mathbb{Q}/\mathbb{Z} \simeq \mathbb{Q}/\mathbb{Z},$$

$$(\mathbb{Q}/\mathbb{Z}) / (\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) \simeq \mathbb{Q}/\mathbb{Z},$$

$$\mathbb{R}/\mathbb{Z} \simeq \mathbb{R}/\mathbb{Z} \wedge \mathbb{Z}.$$

Volum VI
Curs E. Noether
2008-2009





Presentació (Sebastià Xambó Descamps)	9	Einstein y las teorías de campos unificados² (Manuel Asorey Carballeira)	101
Prefaci (Comissió Einstein)*	11	Geometría de Lorentz: de lenguaje a herramienta básica en la Relatividad General² (Alfonso Romero Sarabia)	123
Índex d'autors	15	Del efecto fotoeléctrico (1905) a la condensación de Bose-Einstein (1925)—Un curioso ejemplo de simbiosis en el desarrollo de teorías físicas² (Luis Navarro Veguillas)	149
Einstein: Física, Tecnología i Matemàtiques¹ (Ramón Vilaseca Alavedra)	17	Einstein, mestre de la física estadística (David Jou Miravent)	179
Einstein, Felix Klein, David Hilbert y Hermann Weyl² (José Manuel Sánchez Ron)	61	On the cosmological constant, the vacuum energy, and divergent series (Emili Elizalde Rius)	203
L'equació d'Einstein de la relativitat general i la seva relació amb l'equació d'ona² (Joan Girbau Badó)	79	Teoremas de singularidades en relatividad general³ (José M. M. Senovilla)	255

* Víctor González, Oriol Serra, Joan Solà-Morales, Eduard Recasens, Sebastià Xambó

N

Més informació:

[Conferències FME](#)  i [Accés als volums](#) 

Apunts biogràfics

1879-1900



Ulm: ciutat on va néixer, el 14 de març de 1879.

Munich: 1980-1995, primària i secundària (**que no acaba**).

Aarau: 1895-1896, curs preparatori per a l'ingrés a l'ETH (viu a casa de la família Winteler).

Zuric: 1896-1900, estudis a Matemàtiques i Física a l'ETH.



Hier
stand
das
Haus
in
dem
am
14. März
1879
Albert
Einstein
zur
Welt
kam

Aquí
estava
la
casa
en
la qual
el
14 de març
de 1879
al
món
vingué

1879 Neix a Ulm (Alemanya). 14 de març.
Primer fill de **HERMANN EINSTEIN**
i **PAULINE KOCH**.

Oncle: **JACOB EINSTEIN** (enginyer)
Einstein's family [↗].

1880 La família es trasllada a Munich.

1885-87 Ensenyament primari.

1888-94 Ensenyament secundari,
Luitpold-Gymnasium de Munic.

1895 **No acaba els estudis secundaris a Munic;**
a la primavera es reuneix amb la família a Milà
(on s'havia traslladat sis mesos abans).

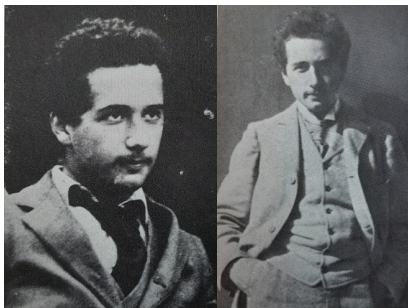


Dalt: Maja i AE, ca 1885

Baix: AE, ca 1893

1895 No reïx en el primer intent d'admissió a l'ETH. Curs preparatori a Aarau. Coneix el que serà amic i confident, científic i personal, durant la resta de la seva vida: **MICHELE ANGELO BESSO** [↗].

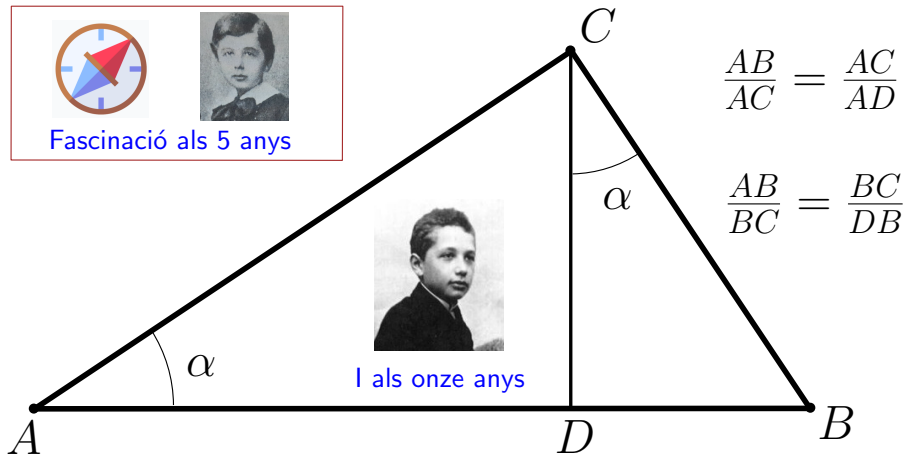
1896 Renuncia a la nacionaltat alemanya (serà **apàtrida durant cinc anys**). **Ingressa a l'ETH**. Allà coneix a **MARCEL GROSSMANN** [↗] i **MILEVA MARIĆ** [↗], que tindran papers importants en la seva vida.



Esquerra: ca 1896. Dreta: ca 1898

Formació en matemàtiques i física

Descobriment de la brúixola i del teorema de Pitàgores: [2], [1], [4]

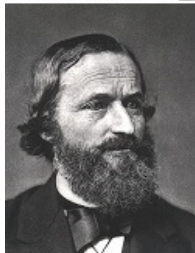


$$AC^2 + BC^2 = AB \cdot AD + AB \cdot DB = AB^2$$

Geometria analítica i càlcul diferencial i integral



Descartes (1596-1650), Fermat (1601-1665), Newton (1642-1727),
Leibniz (1646-1716), Euler (1707-1783), Cauchy (1789-1857). N



HURWITZ (1859-1919), MINKOSWKI (1864-1909) N
KIRCHHOFF (1824-1887), HELMHOLTZ (1821-1894), HERTZ (1857-1894)

Apunts biogràfics

1900-1904


OSP i primers treballs científics

1900 Obté el diploma de l'ETH que l'habilita per **ensenyar física i matemàtiques a l'ensenyament secundari**.

1901 Obté la nacionalitat suïssa, que mai no abandonarà. Es lliura del servei militar. Presenta **una primera tesi doctoral a la Universitat de Zuric, que no és admesa**. No aconsegueix **cap lloc de treball permanent**.

1902 Pèrit tècnic de tercera classe a l'Oficina Suïssa de Patents (OSP), a Berna. **HERMANN EINSTEIN** mor a Milà.

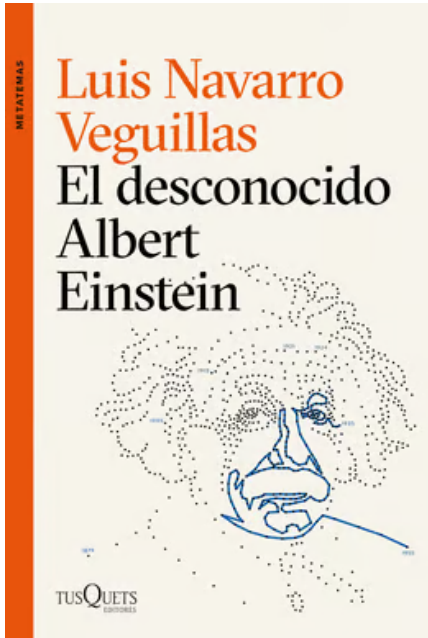
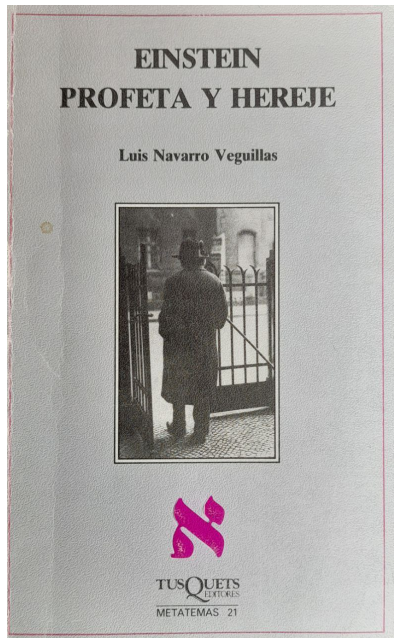
1903 Matrimoni d'**ALBERT EINSTEIN** i **MILEVA MARIĆ**. Acadèmia Olímpia (amb **KONRAD HABICHT** i **MAURICE SOLOVINE**).

1904 Neix **HANS ALBERT**  (serà un enginyer prestigiós).





KONRAD HABICHT, MAURICE SOLOVINE, and ALBERT EINSTEIN N



N

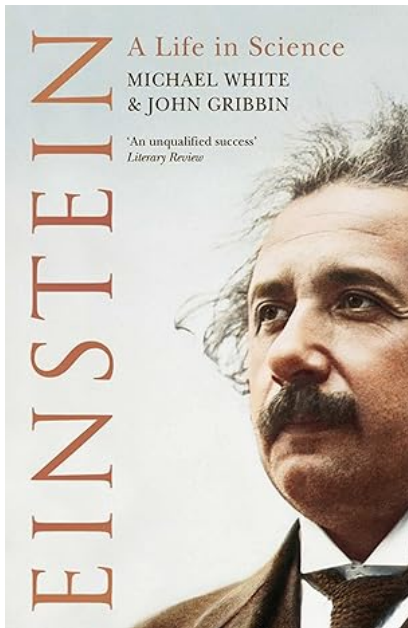
1901 *Folgerungen aus den Capillaritätserscheinungen* [*Conclusions dels fenòmens de capillaritat*], AdP, 4, 1901, pp. 513-23 .

1902a *Über die thermodynamische Theorie der Potentialdifferenz zwischen Metallen und vollständig dissoziierten Lösungen ihrer Salze und über eine elektrische Methode zur Erforschung der Molecularkräfte* [*Sobre la teoria termodinàmica de la diferència de potencial entre metalls i solucions completament dissociades de les seves sals i un mètode elèctric per estudiar les forces moleculars*], AdP, 8, 1902, pp. 798-814.

1902b *Kinetische Theorie des Wärmegleichgewichts und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik* [*Teoria cinètica de l'equilibri tèrmic i segona llei de la termodinàmica*], AdP, 8, 1902, pp. 417-33.

1903 *Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik* [*Una teoria dels fonaments de la termodinàmica*], AdP, 11, 1903, pp. 170-87.

1904 *Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme* [*Sobre la teoria molecular general de la calor*], AdP, 14, 1904, pp. 354-62.



Teló de fons per a un geni

Carl Friedrich Gauss (1777-1855)



PUBLICACIONS DE LA SCH

4

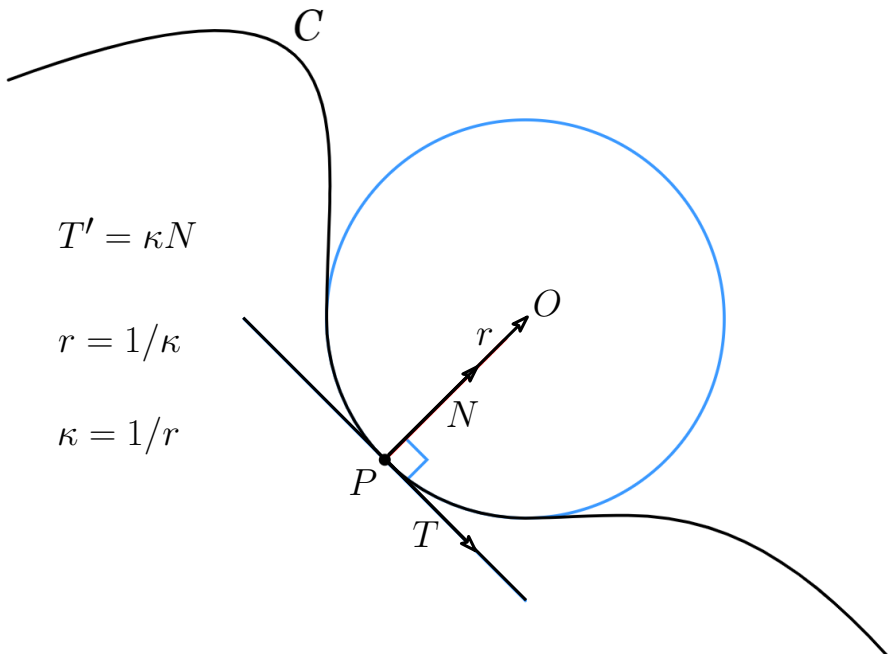
UNA LECTURA DEL
*DISQUISITIONES GENERALES
CIRCA SUPERFICIES CURVAS*
DE C.F. GAUSS

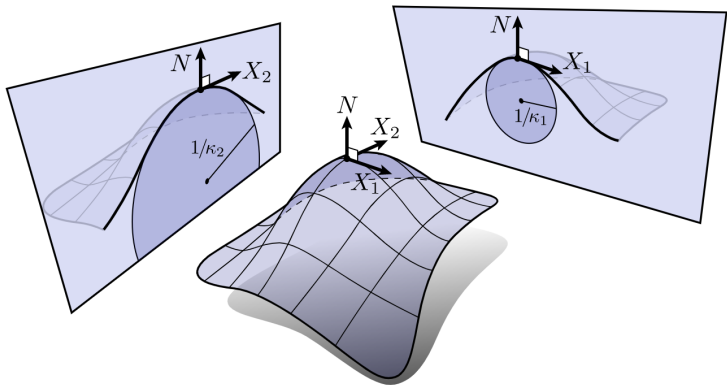
Agustí Reventós
Carlos J. Rodríguez

[8] (reventos-rodriguez-2006)

Amb un apèndix de Joan Girbau

N





$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + 2g_{12} dx_1 dx_2 + g_{22} dx_2^2$$

La *curvatura de Gauss* en un punt d'una superfície és el producte $K = \kappa_1 \kappa_2$ de les *curvatures principals* en el punt. La secció d'una superfície per un pla perpendicular té curvatura κ , on $\kappa = 1/r$, r el radi del cercle oscul·lador. Les curvatures principals són la mínima i la màxima que es poden obtenir d'aquesta manera, i és un fet que les corresponents seccions tenen direccions perpendiculars.

- La curvatura de $z = f(x, y)$: $K = (f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2)/(1 + f_x^2 + f_y^2)^2$.

- Curvatura de $F(x, y, z) = 0$: $K = -\frac{\begin{vmatrix} H(F) & \nabla F^T \\ \nabla F & 0 \end{vmatrix}}{|\nabla F|^4}$, on

$\nabla F = (F_x, F_y, F_z)$ (el *gradient* d' F), i

$$H(F) = \begin{pmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_{xz} \\ F_{xy} & F_{yy} & F_{yz} \\ F_{xz} & F_{yz} & F_{zz} \end{pmatrix} \text{ (el Hessià de } F\text{)}.$$

En general, posant $\partial_i = \partial/\partial x_i$ ($i = 1, 2$):

$$\begin{aligned} 4(g_{11}g_{22} - g_{12}^2)^2 K &= g_{11}(\partial_2 g_{11} \partial_2 g_{22} - 2\partial_1 g_{11} \partial_2 g_{22} + (\partial_1 g_{22})^2) \\ &\quad + g_{12}(\partial_1 g_{11} \partial_2 g_{22} - \partial_2 g_{11} \partial_1 g_{22} - 2\partial_2 g_{11} \partial_2 g_{12} + 4\partial_1 g_{12} \partial_2 g_{12} - 2\partial_1 g_{12} \partial_1 g_{22}) \\ &\quad + g_{22}(\partial_1 g_{11} \partial_1 g_{22} - 2\partial_1 g_{11} \partial_2 g_{12} + (\partial_2 g_{11})^2) \\ &\quad - 2(g_{11}g_{22} - g_{12}^2)(\partial_2^2 g_{11} - 2\partial_1 \partial_2 g_{12} + \partial_1^2 g_{22}) \end{aligned}$$

(v. [8] (reventos-rodriguez-2006), p. 48)

Equacions de Maxwell

Forma diferencial	
$\operatorname{div}(\mathbf{E}) = \rho/\varepsilon_0$	CG
$\operatorname{rot}(\mathbf{E}) = -\partial_t \mathbf{B}$	F
$\operatorname{div}(\mathbf{B}) = 0$	G
$\operatorname{rot}(\mathbf{B}) = \mu_0(\mathbf{j} + \varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E})$	AM

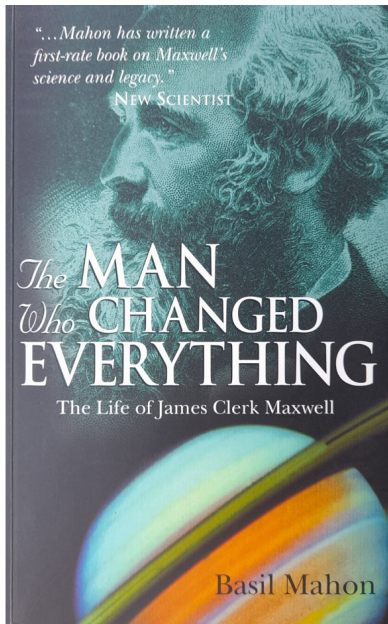
CG, llei de Coulomb-Gauss.

F, llei de Faraday.

G, llei de Gauss de \mathbf{B} .

AM, llei d'Ampère Maxwell.

$\partial_t \rho = -\operatorname{div}(\mathbf{j})$ Llei de continuïtat



[9] (mahon-2004)

Apunts d'electromagnetisme

Corrent de desplaçament i equació d'Ampère–Maxwell

La llei d'Ampère, $\text{curl}(\mathbf{B}) = \mu_0 \mathbf{j}$, és vàlida per al camp magnètic \mathbf{B} creat per un corrent estacionari. Però ja no ho és quan aquesta condició no es satisfà: d'una banda $\text{div}(\text{curl}(\mathbf{B})) = 0$ per a tot camp vectorial \mathbf{B} , mentre que


$$\text{div}(\mu_0 \mathbf{j}) = \mu_0 \text{div}(\mathbf{j}) = -\mu_0 \partial_t \rho$$

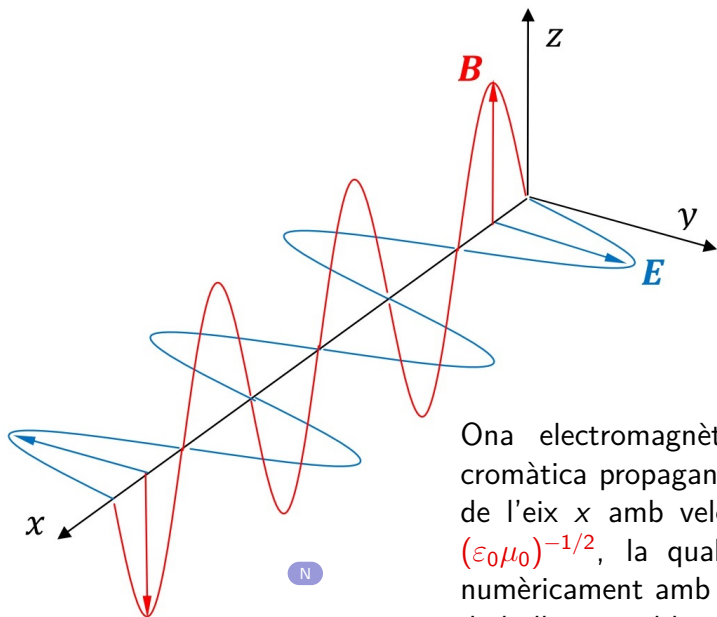
(hem usat la llei de continuïtat de la càrrega) i en general $\partial_t \rho \neq 0$ per a corrents no estacionaris. Ara bé,

$$\partial_t \rho = \partial_t(\text{div}(\varepsilon_0 \mathbf{E})) = \text{div}(\varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E}),$$

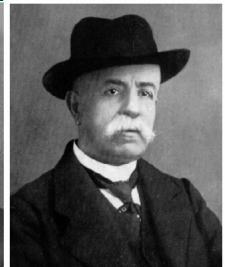
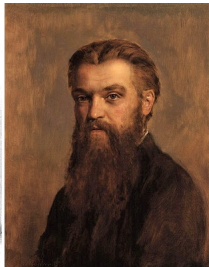
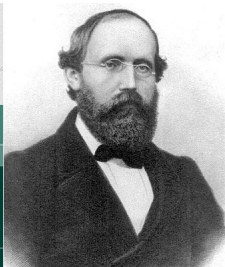
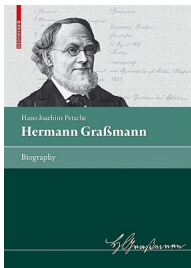
de manera que $\text{div}(\mu_0 \mathbf{j}) = -\text{div}(\mu_0 \varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E})$. Per tant

$$\text{div}(\mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E}) = 0.$$

El terme $\varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E}$ el va introduir Maxwell amb el nom de *corrent de desplaçament*. 



Una ona electromagnètica monocromàtica propagant-se al llarg de l'eix x amb velocitat $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$, la qual coincideix numèricament amb la velocitat de la llum en el buit.



H. GRASSMANN (1809-77), B. RIEMANN (1826-66), W. K. CLIFFORD (1845-79), F. KLEIN (1849-1925), G. RICCI (1853-1925), H. POINCARÉ (1854-1912)



D. Hilbert (1862-1943) T. Levi-Civita (1873-1941)



E. Noether (1882-1935) H. Weyl (1885-1955)



M. Grossmann (1878-1936)

N

Apunts biogràfics 1905-1912

Annus mirabilis i els set anys següents

1905 *Annus mirabilis: dimensions dels àtoms i nombre d'Avogadro, explicació del moviment brownià, explicació quàntica de l'efecte fotoelèctric, teoria de la relativitat (especial), i $E = mc^2$ (detalls a la pàgina 41).*

1906 Ascendit a tècnic de segona classe a l'OSP. Publica un treball en què aplica la teoria quàntica a modelar la calor específica dels sòlids cristal·lins.

1907 Principi d'equivalència (entre acceleració i camp gravitatori): "la idea més feliç de la meua vida". És la pedra angular del que serà la *teoria general de la relativitat* (2016).

1908 Admès a la Universitat de Berna (UB) com a *Privatdozent* (sense retribució fixa).

1909 Plaça de professor adjunt de física teòrica a la Universitat de Zuric (UZ).

1910 Neix el seu segon fill, EDUARD, a Zuric. Publica un treball sobre *fluctuacions estadístiques* (*opalescència cristal·lina*), amb el qual explica, de forma relativament senzilla, el color blau del cel.

1911 Nomenat **catedràtic** de la Universitat Karl-Ferdinand de Praga. Participa en el Primer Congrés Solvay sobre *La teoria de la radiació i els quanta*, on presenta la seva teoria sobre la calor específica dels sòlids cristal·lins. Reprèn la “idea més feliç” com a inici d’una *teoria relativista de la gravitació* (Relativitat general).

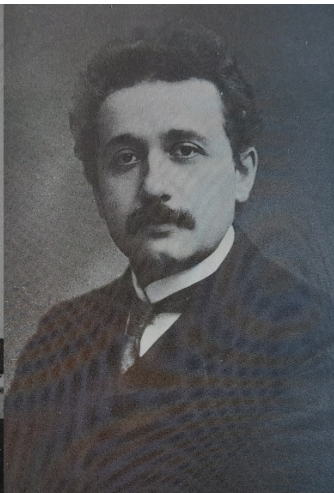


Asseguts: W. Nernst, M. Brillouin, E. Solvay, H. Lorentz, E. Warburg, J. Perrin, W. Wien, M. Curie, and H. Poincaré. Drets: R. Goldschmidt, M. Planck, H. Rubens, A. Sommerfeld, F. Lindemann, M. de Broglie, M. Knudsen, F. Hasenöhl, G. Hostelet, E. Herzen, J. H. Jeans, E. Rutherford, H. Kamerlingh Onnes, A. Einstein and P. Langevin.

1912 Nomenat professor de l'ETH. És l'any en què mor **HENRI POINCARÉ** [↗].



1906, OSP



1912: Professor ETH

Annus Mirabilis

Dimensions moleculars · Moviment brownià

Efecte fotoelèctric

Relativitat especial · $E = mc^2$

1905a *Über einen die Erzeugung und Umwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Standpunkt* [Sobre un punt de vista heurístic relatiu a la producció i transformació de la llum], AdP, 17, 1905, 132-84. Rebut 18/3/1905.

1905b *Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen* [Una nova determinació de dimensions moleculars], tesi doctoral, 30/4/1905 (K. J. Wyss, Berna, 1905).

1905c *Über die von der molekulartheoretischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen* [Sobre el moviment de partícules suspeses en líquids en repòs requerit per la teoria molecular de la calor], AdP, 17, 1905, 549-60. Rebut 11/5/1905.

1905d *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* [Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment], AdP, 17, 1905, 891-921. Rebut 30/6/1905

1905e *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* [Depèn la inèrcia d'un cos del seu contingut energètic?], AdP, 18, 1905, 639-41. 27/9/1905.

1905a, 1905c, 1905d

Els tres cèlebres articles de 1905
publicats amb motiu del 75è aniversari
de la seva visita a Barcelona

Edicions de la Revista
de Física, 1998

EINSTEIN EN CATALÀ

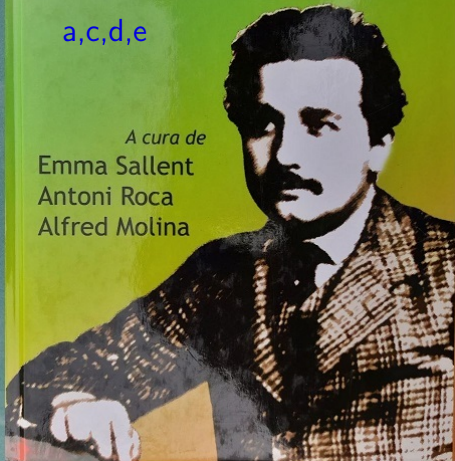


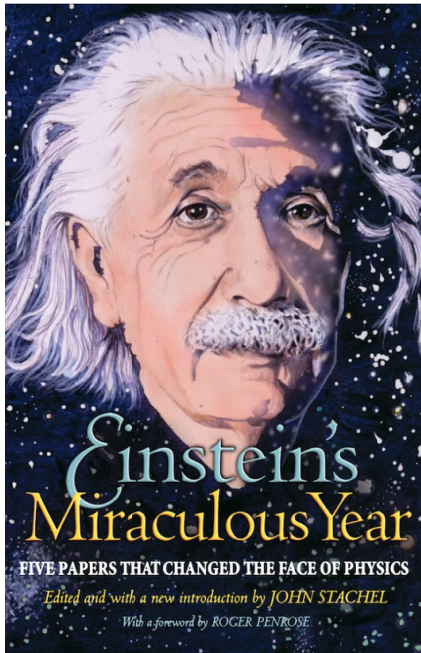
1905

El jove Einstein en català

a,c,d,e

A cura de
Emma Sallent
Antoni Roca
Alfred Molina





Einstein 1905: un año milagroso

Prólogo de Roger Penrose
John Stachel (ed.)



b, c, d, e, a



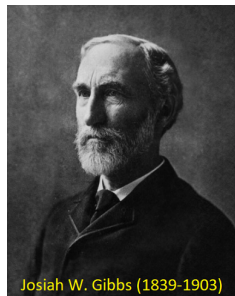
Drakontos Clásicos

Crítica

Tres dels cinc articles de l'*annus mirabilis* versen sobre *Física estadística*, una disciplina que elaborà en els cinc treballs publicats fins a 1904 i en els quals “redescobrí” resultats de precursors com **MAXWELL**, **L. BOLTZMANN** i **J. W. GIBBS** ([10] (gibbs-1902)).

Einstein (1910): “Si hagués estat familiaritzat amb el llibre de Gibbs en aquell moment, no hauria publicat aquells articles en absolut; m’hauria limitat a la discussió d’alguns punts.”

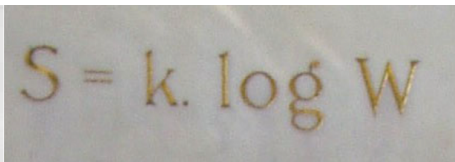
N



Josiah W. Gibbs (1839-1903)



L. Boltzmann (1844-1906)



$$S = k \ln W$$

$$k = 1.38065 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Sigui $\{i\}$ el conjunt d'índexs dels estats interns d'un sistema compost per un gran nombre de partícules. Sigui E_i l'energia del sistema en l'estat i . Si podem suposar que el sistema està en equilibri tèrmic amb el seu entorn, aleshores la probabilitat que el sistema estigui en estat i ve donada per la *distribució de Gibbs*:

$$p_i = \frac{1}{Z} e^{-E_i/kT}, \quad (*)$$

on Z és una constant independent de tots els estats, T és la temperatura absoluta i $k = k_B$ és la *constant de Boltzmann*. Com que $\sum p_i = 1$, tenim (*funció de partició*):

$$Z = \sum_i e^{-E_i/kT}$$

A partir de l'expressió que dona p_i i les propietats de la funció exponencial, veiem que p_i augmenta quan E_i disminueix (per tant, els estats de baixa energia són més probables que els estats d'alta energia) i que la probabilitat dels estats de baixa energia augmenta quan la T disminueix.

Prenent logaritmes a (*),

$$\log p_i + \log Z = -E_i/kT, \quad \text{o bé} \quad kT \log p_i + kT \log Z = -E_i.$$

Si multipliquem l'última relació per p_i i sumem respecte d' i , obtenim:

$$-TS + kT \log Z = -\langle E \rangle,$$

on $S = -k \sum_i p_i \log p_i$ (*entropia de Gibbs*) i $\langle E \rangle = \sum_i p_i E_i$ (*energia mitjana*). Així que podem concloure que

$$\langle E \rangle = TS + F, \quad \text{o} \quad F = \langle E \rangle - TS, \quad (**)$$

on $F = -kT \log Z$ és l'*energia lliure* (de Helmholtz). Però (**) és la relació termodinàmica clàssica que defineix l'*entropia* (S), de manera que podem concloure que *l'entropia clàssica és igual a l'entropia de Gibbs, que és proporcional a l'entropia de Shannon*. Això explica la raó profunda per la qual Shannon va triar la paraula *entropia* per anomenar la quantitat $-\sum_i p_i \log p_i$ en la seva teoria de la informació.

Dissolvent de viscositat k , volum V , i dissolució diluïda de N esferes de radi P , amb viscositat k^* :

$$k^* = k(1 + \varphi), \quad \varphi = N\left(\frac{4}{3}\pi P^3\right)/V.$$

D i γ , coeficients de *difusió* i de *fricció*: $\gamma = 6\pi kP$ per esferes rígides (*Ilei d'Stokes*) i

$$D = \frac{k_B T}{\gamma} = \frac{RT}{6\pi kNP},$$

Mesures experimentals li permeten escriure:

$$NP^3 = 200, \quad NP = 2.08 \cdot 10^{16},$$

$$P = 9.9 \cdot 10^{-8} \text{ cm}, \quad N_A = 2.1 \cdot 10^{23}.$$

Correcció (1911):

$$k^* = k\left(1 + \frac{5}{2}\varphi\right), \quad N = N_A = 6.56 \cdot 10^{23}.$$

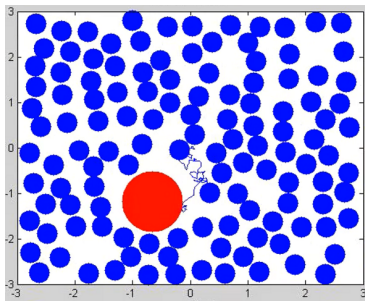
Desplaçament mitjà en el temps t :

$$\lambda = \sqrt{t} \sqrt{\frac{RT}{N} \frac{1}{3\pi kP}}$$

Llavors la observació de λ passat un cert temps t permet deduir N

$$N = \frac{t}{\lambda^2} \frac{RT}{3\pi kP},$$

i per tant N_A (v. el vídeo [The Science of randomness](#)[↗])



PHÉNOMÈNES OBSERVÉS	$\frac{N}{10^{22}}$
Viscosité des gaz (équation de Van der Waals).	62
Mouvement brownien.	{ Répartition de grains . . . 68,3 { Déplacements . . . 68,8 { Rotations . . . 65 { Diffusion. 69
Répartition irrégulière des molécules . . .	{ Opalescence critique . . . 75 { Bleu du ciel 60 (?)
Spectre du corps noir.	64
Charge de sphérules (dans un gaz)	68
Radioactivité	{ Charges projetées . . . 62,5 { Hélium engendré. . . 64 { Radium disparu . . . 71 { Energie rayonnée. . . 60

[11] (perrin-1913) (*Les Atomes*).

És el primer dels articles que envia a publicar el 1905, amb el títol *Un punt de vista heurístic sobre la producció i les transformacions de la llum*.

- Concep els *quanta de llum* (*fotons*, com se'n digueren més tard): paquets d'energia $h\nu$ en què es divideix la radiació. Ho fa calculant la variació de l'entropia de la radiació en passar d'un volum V_0 a un volum V , obtenint

$$S(\nu, V, E) - S(\nu, V_0, E) = \frac{Ek_B}{h\nu} \ln \frac{V}{V_0},$$

on E és l'energia de la radiació, i comparant-la amb la variació de l'entropia d'un gas ideal format per N partícules sota circumstàncies semblants, que és

$$S(V, T) - S(V_0, T) = Nk_B \ln \frac{V}{V_0}.$$

És a dir, la radiació, com la matèria, també es resol en $N = E/h\nu$ unitats discretes, els fotons (cf. [3, §19c]).

- *Principi heurístic* (la part més “revolucionària”): la interacció de la radiació amb la matèria es produeix, *tant en l'emissió com en l'absorció*, intercanviant fotons.

En fa tres aplicacions: l'*efecte fotoelèctric*[☞], la *fotoionització dels gasos*[☞], i la *lleï d'Stokes de la luminiscència* (1852: l'energia dels fotons de luminiscència és menor que l'energia dels fotons que la produeixen).

Aquest és el treball pel qual se li concedí el premi Nobel de Física del 1921 (cerimònia postposada al 1922, a la qual, estant de viatge al Japó, no assistí), i feu el discurs el 1923 (*Idees i problemes fonamentals de la teoria de la relativitat*).

L'efecte fotoelèctric fou comprovat experimentalment per **ROBERT A. MILLIKAN**[☞] (1868-1953), treball pel qual rebé, també per la seva determinació de la càrrega elemental, el premi Nobel el 1923.

Dues citacions

The core of relativity theory consists of a new physical theory of space and time, and we specifically say “physical” rather than “philosophical” because this theory can be tested experimentally.

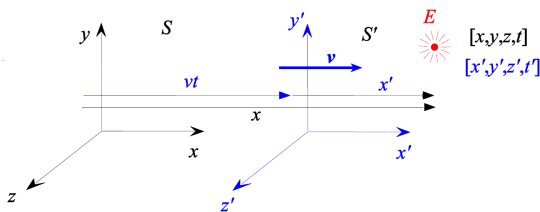
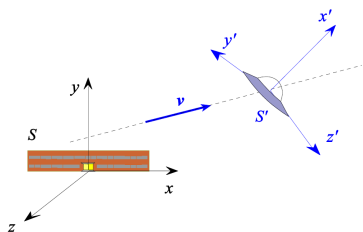
W. Rindler, *Essential Relativity*, pàg. 1.

Relativity describes Nature from quark to cosmos. Relativity empowers its user to ponder deeply, to analyze widely, to predict accurately. It is a theory of fantastic innocence, simplicity and power.

E.F. Taylor and J.A. Wheeler, *Spacetime Physics* [contraportada].

N

Apunts de relativitat 



Si $t' = t$, llavors $x' = x - vt$ (grup de Galileu).

Si $t' \neq t$, existeix una velocitat universal finita c tal que, posant $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ i $\gamma' = 1/(1 + \frac{vv'}{c^2})$, es compleix

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad t = \gamma(t' + vx'/c^2), \quad w = \gamma'(v + v')$$

(*transformacions de Lorentz* de velocitat c). La darrera fórmula és la *lei relativista de composició de velocitats*. Els fets experimentals permeten concloure que $c = c$, c la velocitat de la llum en el buit:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma(t - vx/c^2).$$

Posant $x_0 = ct$, $x_1 = x$, $\beta = v/c$, les transformacions de Lorent s'escriuen

$$x_0 = \gamma(x'_0 + \beta x'_1), \quad x_1 = \gamma(x'_1 + \beta x'_0)$$

amb inverses

$$x'_0 = \gamma(x_0 - \beta x_1), \quad x'_1 = \gamma(x_1 - \beta x_0).$$

Dilatació del temps. Posant $x'_1 = 0$ (origen del sistema mòbil), $x_0 = \gamma x'_0$ (i $\gamma > 1$).

Contracció de longituds. En el sistema S' , la distància entre els punts $x'_1 = 0$ i $x'_1 = 1$ és $l' = 1$ (podem suposar que aquests valors es determinen en l'instant $x'_0 = 0$), mentre que a S els extrems del segment són $x_1 = 0$ i $x_1 = \gamma$, i per tant la seva longitud és $l = \gamma$, o bé $l' = l/\gamma$.

Explicació de la dilatació de la vida mitjana dels muons còsmics. Si la vida mitjana d'un muó és τ , per un laboratori terrestre és $\gamma\tau \gg \tau$ si la velocitat del muó és propera a la de la llum. Si la distància a recórrer pel muó per arribar al laboratori és h , pel muó és $h/\gamma \ll h$.

Efecte Doppler relativista: $\nu_0 = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \nu'_0$.

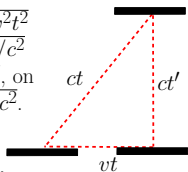


$$ct' = \sqrt{c^2t^2 - v^2t^2}$$

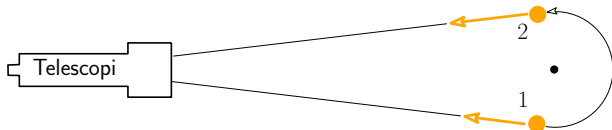
$$= ct\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Per tant $t = \gamma t'$, on
 $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Relloctge fotònic

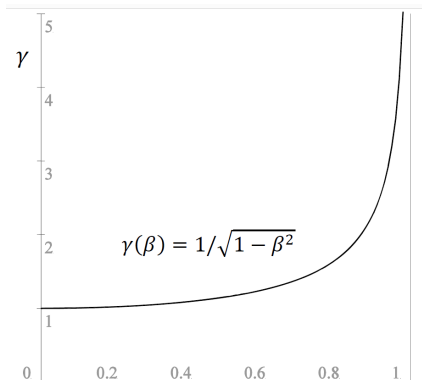


El rellotge consisteix de dos miralls paral·les i un fotó que va de l'un a l'altre. El de l'esquerra és fix i el de la dreta es mou a velocitat v . Si t és el temps mesurat pel rellotge fix de l'arribada del fotó a mirall superior del rellotge mòbil, ct és la distància que ha recorregut, i els miralls mòbils s'han desplaçat vt . Vist des del rellotge mòbil, si el temps d'arribada al mirall superior és t' , la distància recorreguda és ct' , la separació entre els miralls. Llavors el teorema de Pitàgores ens permet trobar la relació entre t i t' .



De Sitter: Dues posicions, 1 i 2, d'una estrella en òrbita al voltant d'un l'altre astre. Si la velocitat de la llum depengués de la del focus emissor, la llum emesa a 1 seria més lenta que l'emesa a 2 i es podrien veure al mateix temps dues imatges de l'estrella.

- $m = m_0\gamma$: La massa augmenta amb la velocitat, tendint a ∞ quan β tendeix a 1 (v tendeix a c).
- $p = mu$ i $p^2 = c^2(m^2 - m_0^2)$.
- $f = dp/dt$: *Força relativista* (no és ma , perquè m és variable). És la base dels càlculs que regulen el comportament dels acceleradors de partícules, a les que corresponen en general factors γ molt grans.



- $f \cdot u = c^2 dm/dt = d(mc^2)/dt$ (s'obté per càlculs).
- $T = \int_0^t f \cdot u$ és l'*energia cinètica relativista*.
- $T = (m - m_0)c^2 = m_0(\gamma - 1)c^2$.
- $m = m_0\gamma = m_0(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{u^4}{c^4} + \dots)$.
- $T = \frac{1}{2}m_0u^2(1 + \frac{3}{4}\frac{u^2}{c^2} + \dots)$
- Per $u \ll c$, $T \simeq \frac{1}{2}m_0u^2$, que es l'energia cinètica newtoniana.
- La igualtat $mc^2 = m_0c^2 + T$ implica que $(\Delta m)c^2 = \Delta T$, que dona una equivalència entre variacions de massa i variacions d'energia.
- $E = mc^2$ és postular que massa i energia (no només les seves variacions) són equivalents. Em particular, m_0c^2 és l'energia equivalent d'una massa en repòs.

- La càrrega elèctrica és invariant.
- *Densitat de càrrega*: $\rho = \gamma_u \rho_0$.
- Transformació relativista de \mathbf{j} (vector de corrent) i ρ :

$$\mathbf{j}_{x'} = \gamma(\mathbf{j}_x - \beta c\rho), \quad c\rho' = \gamma(c\rho - \beta j_x).$$
- Transformació relativista del camp electromagnètic, on $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$, $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$, $\mathbf{M} = c\mathbf{B} = c(B_x, B_y, B_z)$, i anàlogament per al sistema (x', y', z') :

$E_x = E_{x'}$	$M_x = M_{x'}$
$E_y = \gamma(E_{y'} + \beta M_{z'})$	$M_y = \gamma(M_{y'} - \beta E_{z'})$
$E_z = \gamma(E_{z'} - \beta M_{y'})$	$M_z = \gamma(M_{z'} + \beta E_{y'})$

- *Potencials*: $\mathbf{B} = \text{rot}(\mathbf{A})$, $\mathbf{E} = \nabla\phi - \partial_t\mathbf{A}$.
- Camp magnètic generat per una càrrega puntual: $\mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \mathbf{u} \times \mathbf{E}$.
- *Força de Lorentz*: $\mathbf{F} = q'(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$.

Apunts biogràfics

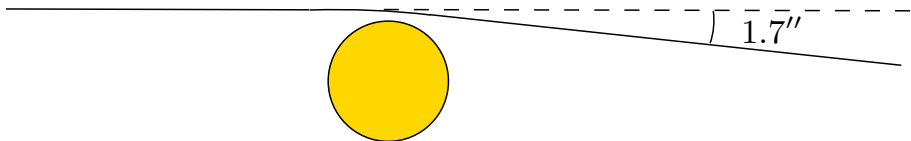
1913-1932

1913 Càtedra, sense obligacions docents, a la Universitat de Berlín. Direcció (futura) de l'institut d'investigació *Kaiser Wilhelm Gesellschaft*. Serà la *Torre Einstein*, a Postdam (1924).

1914 Se separa de *MILEVA MARIČ*, que torna a Zuric amb els fills. Inici de la Primera Guerra Mundial. S'adhereix als *Manifest dels europeus*, escrit per *GEORGE NIKOLAI* (reacció al *Manifest dels 93*).

1915. Teoria de la relativitat general. Explicació de l'avançament del periheli de Mercuri. Deflecció de $1.7''$ d'un raig de llum que passa prop del Sol (corregeix el valor de $0.84''$ donat el 1911).

1916 Publica la teoria de la relativitat general als *Annalen der Physik*.



1917 Article sobre els processos elementals de la radiació electromagnètica (absorció, emissió espontània, i emissió induïda o estimulada—fonament del làser), i les seves lleis estadístiques. Primer treball sobre cosmologia relativista. Introdueix la *constant cosmològica*. Primera edició de la *Teoria de la relativitat especial i general*. Malalties digestives, de les quals tarda tres anys en recuperar-se.

2019 Es divorcia de **MILEVA MARIĆ**. Poc després es casa amb la seva cosina **ELSA EINSTEIN**, divorciada, i amb dues filles (**ILSE** i **MARGOT**). Es converteix en estrella mediàtica quan dues expedicions d'astrònoms britànics per observar l'eclipse total del Sol (a l'illa Príncep, prop de la costa de Guinea equatorial, i Sobral, al nord del Brasil) confirmen la desviació de la llum predita el 1915.

2020 Primeres mostres d'hostilitat per part d'antisemites cap a la persona d'Einstein i cap a la seva teoria de la relativitat.

1921 Primera visita als EUA (Chicago, Boston i Princeton).

1922 Li atorguen el Premi Nobel de Física de 1921 *pels seus serveis a la física teòrica i especialment pel seu descobriment de la llei de l'efecte fotoelèctric*.

1923 L'explicació de l'efecte Compton confirma el seu concepte de "*fotó*" (de 2017, per bé que aquest nom no fou encunyat fins el 1926, per **GILBERT N. LEWIS**, en una carta a Nature). Visita a Barcelona i altres ciutats de la península.

1924 *Condensació de Bose-Einstein* (teoria quàntica dels gasos ideals).

1925 Viatge a Amèrica del Sud (Buenos Aires, Rio de Janeiro, Montevideo).

1927 Cinquè Congrés Solvay sobre *Electrons i fotons*. Debat sobre fonaments i interpretació de la mecànica quàntica.

1930, 1931, 1932 Viatges als EUA. Al final del tercer, ja no torna a Alemanya i no hi tornarà mai més. Comença el període Princeton (1933-1955).

Relativitat general

- 1907: Einstein concep el Principi d'Equivalència, clau de volta de la RG.
- 1908: Minkowski introdueix l'*espai-temps* (lineal) de dimensió 4, una noció que Einstein generalitzarà per aconseguir una teoria relativista de la gravitació, arribant així a un espai-temps no lineal (o corbat).
- 1912: Creu que pot superar totes les dificultats amb l'ajut de [M. GROSSMANN](#) (carta [SOMMERFELD](#)).
- 1915: Visita d'[EINSTEIN](#) a Göttingen. [HILBERT](#) publica les equacions cinc dies abans que [EINSTEIN](#), però la prioritat és d'Einstein (v. l'article *Einstein, Felix Klein, David Hilbert y Hermann Weyl* de Sánchez-Ron en el volum Einstein de l'FME). N

Eq. de Poisson	Eq. d'Einstein, $\kappa = 8\pi G/c^2$
$\nabla^2\varphi = 4\pi G\rho$	$R_{jk} - \frac{1}{2}Rg_{jk} = \kappa T_{jk} \mid \text{Ricci} - \frac{1}{2}Rg + \Lambda g = \kappa T$

Els termes $-\frac{1}{2}Rg + \Lambda g$ es justifiquen d'una manera semblant a com Maxwell va introduir el corrent de desplaçament, però aquí l'expressió és l'única (sota determinades hipòtesis sobre la seva dependència de g) que sumada a Ricci dona un tensor amb divergència nul·la (un resultat de Poincaré).

- L'equació d'Einstein és a la base de la Cosmologia i Astrofísica des de poc després de la seva publicació.
- La Relativitat (especial i general) és indispensable per al funcionament del GPS.
- Els errors d'Einstein [↗](#) (S. Weinberg, 2005).

Llegats

Llustre	E	E0	E1	E2	E3	G	G0	G1	G2	Q	M
00-04	5	5									
05-09	13	5	2	3	3	11	11				
10-14	17	3	2	6	6	21	5	15	1		
15-19	11	1		5	5	28	2	21	5		
20-24	13	2		4	7	15	2	9	4		
25-29	6			2	4	17	2	7	8		
30-34	2		1		1	15		6	9	2	4
35-39						8	1	6	1	1	
40-44						4		2	2		3
45-49						9	1	4	4	1	
50-55						3		1	2	1	2
	67	16	5	20	26	131	24	71	36	5	9

E física estadística

E0 clàssica i termodinàmica

E1 aplicada a la radiació

E2 gasos, líquids i sòlids

E3 interaccions radiació-matèria

G relativitat, especial i general

G0 relativitat especial

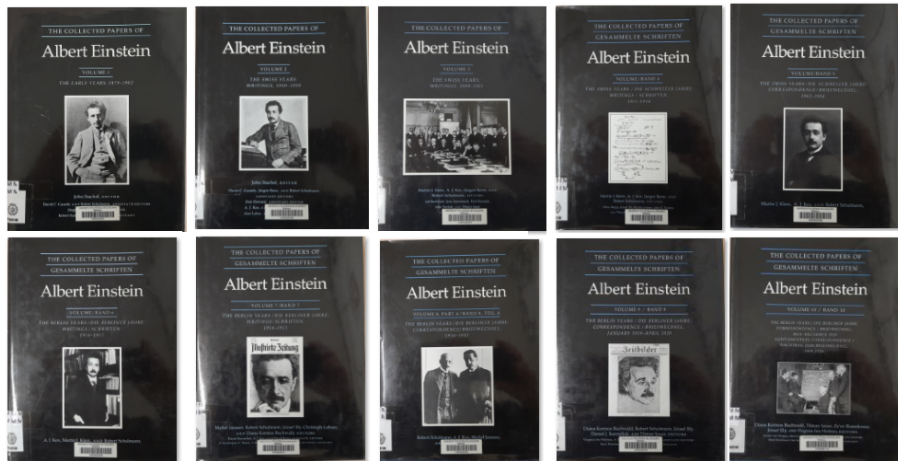
G1 relativitat general

G2 teories del camp unificat

Q crítica mecànica quàntica

M matemàtiques

Font: Ramon Vilaseca, article al Vol Einstein: **Einstein: Física, Tecnologia i Matemàtiques**

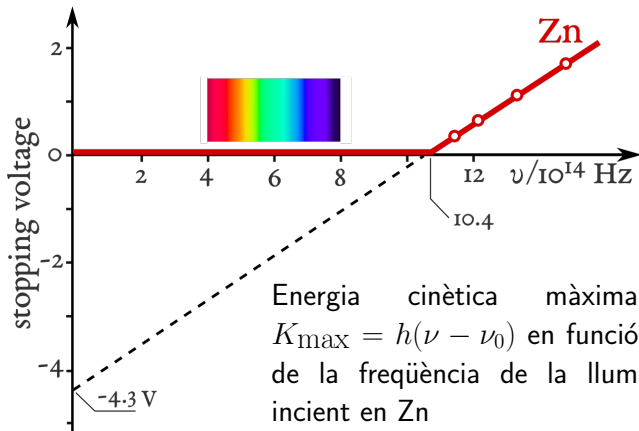


Aquests són els volums existents a la UPC (Biblioteca ETSEIB). N

Ara es poden consultar en versió digital a [Einstein Digital Papers](#)[↗].
 Per a la publicació impresa, vegeu [Collected Papers of Albert Einstein](#)[↗] (el 2024 s'ha publicat el volum 17).

1921 ALBERT EINSTEIN: “pels seus *serveis a la Física Teòrica*, i especialment pel seu descobriment de la *lleï de l'efecte fotoelèctric*”.

1923 ROBERT A. MILLIKAN[☞]: “pel seu treball sobre la *càrrega elemental de l'electricitat* i sobre l'*efecte fotoelèctric*”.

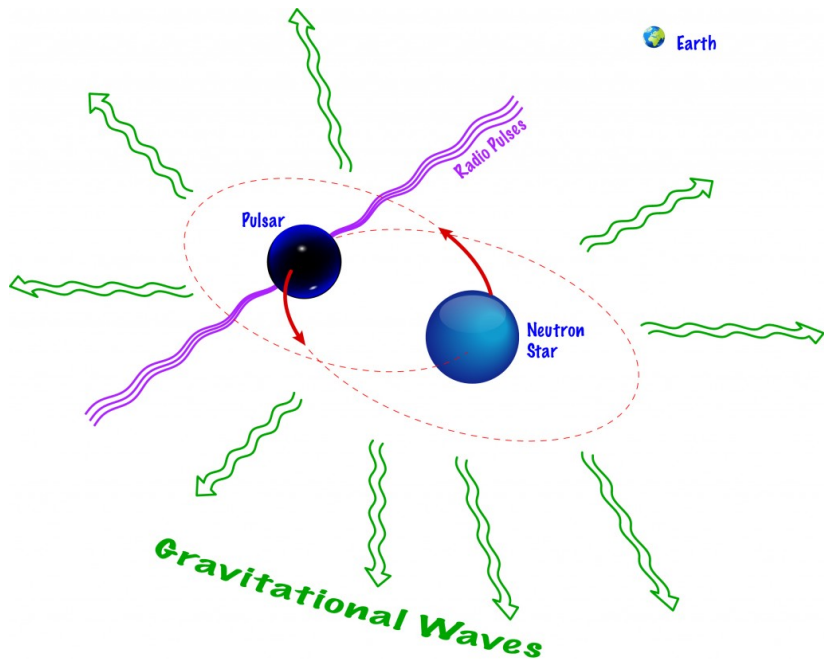


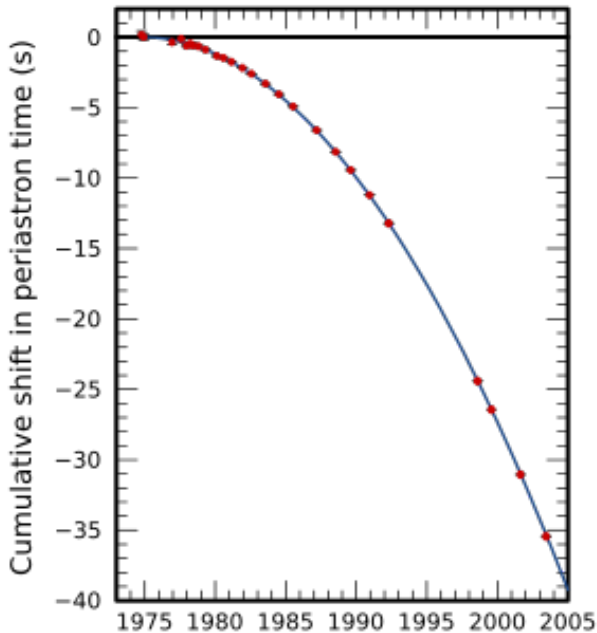
1926 JEAN BAPTISTE PERRIN[☞]: “pel seu treball sobre l'*estructura discontinua de la matèria*, i especialment pel seu descobriment de l'*equilibri de sedimentació*”.

Aquest *equilibri de sedimentació* era una predicció d'Einstein, basada en la teoria del moviment brownià, i Perrin la va verificar experimentalment el 1908. També va *corroborar la teoria d'Einstein que el moviment brownià* es devia a col·lisions entre les partícules i les molècules del líquid. Va determinar el *nombre d'Avogadro* seguint diversos mètodes (v. pàg. 48) i *va explicar que l'energia solar era deguda a reaccions termonuclears de l'hidrogen*.

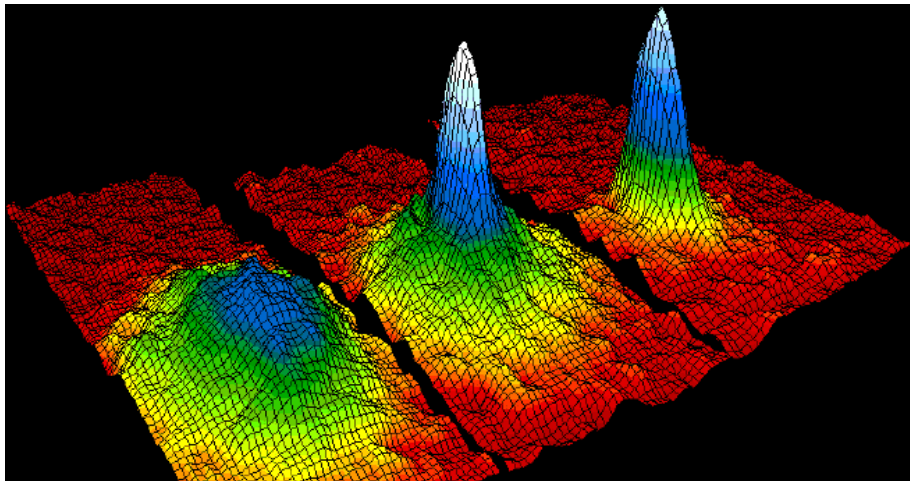
1993 [RUSSELL A. HULSE](#) i [JOSEPH H. TAYLOR JR.](#): “pel descobriment d'un nou tipus de púlsar, un descobriment que ha obert noves possibilitats per a l'estudi de la gravitació”.

Els púlsars són estrelles molt compactes que irradien ones de ràdio a intervals molt regulars. El 1974 James Taylor i Russell Hulse van descobrir un [púlsar format per dues estrelles de neutrons](#) molt properes que giren l'una al voltant de l'altra, i van poder demostrar que la radiació i els moviments de les estrelles es corresponen amb la teoria general de la relativitat d'Einstein. Entre d'altres coses, aquesta teoria prediu que el púlsar emet energia en forma d'ones gravitatòries, la qual cosa hauria de donar lloc a una disminució lenta de la seva separació, i van comprovar que les dades d'observació coincidien amb les calculades mitjançant la RG. Es tracta d'una [detecció indirecta d'ones gravitacionals](#).

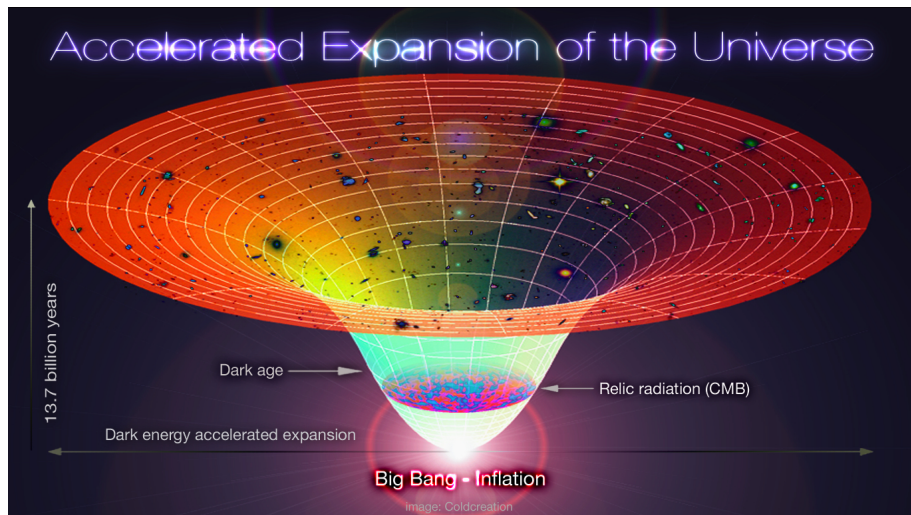




2001 ERIC CORNELL[↗], WOLFGANG KETTERLE[↗], CARL WIEMAN[↗] “per a l'assoliment de la *condensació de Bose-Einstein* [1995] en gasos diluïts d'àtoms alcalins [rubidi], i per als primers estudis fonamentals de les propietats d'aquests condensats”.



2011 SAUL PERLMUTTER[☞], BRIAN P. SCHMIDT[☞], ADAM G. RIESS[☞]: “pel descobriment de l'expansió accelerada de l'Univers mitjançant observacions de supernoves llunyanes”.



2017 [RAINER WEISS](#), [BARRY C. BARISH](#), [KIP S. THORNE](#):
“per a contribucions decisives al detector LIGO i a l’observació d’ones gravitatòries”. Una conseqüència de la teoria general de la relativitat d’Einstein és l’existència d’ones gravitatòries que es propaguen a [velocitat \$c\$](#) . Són com ondulacions en un espai-temps de quatre dimensions produïdes per masses accelerades. A partir de la dècada de 1970 es va desenvolupar el detector LIGO. En aquest detector s’utilitza la tecnologia làser per mesurar petits canvis de longitud causats per les ones gravitatòries. Kip Thorne ha fet contribucions crucials al desenvolupament del detector. L’any 2015 es van detectar per primera vegada ones gravitatòries, cosa que va obrir una nova finestra d’observació de l’Univers.

KIP THORNE és Doctor Honoris Causa per la UPC (2017):
Actualització de la seva [Lliçó d’investidura](#) publicada a la [NL06 d’IMTech](#).

2020 [ROGER PENROSE](#): “pel descobriment que la formació de forats negres és una predicció fiable de la teoria general de la relativitat”, compartit amb [REINHARD GENZEL](#) i [ANDREA GHEZ](#) “pel descobriment d’un objecte compacte supermassiu al centre de la nostra galàxia” (v. la imatge de la pàgina 89).

2022: ALAIN ASPECT[↗], JOHN CLAUSER[↗], ANTON ZEILINGER[↗],
“pels experiments amb fotons entrelaçats, establint la violació de les desigualtats de Bell, i per ser pioners en la ciència de la informació quàntica”.

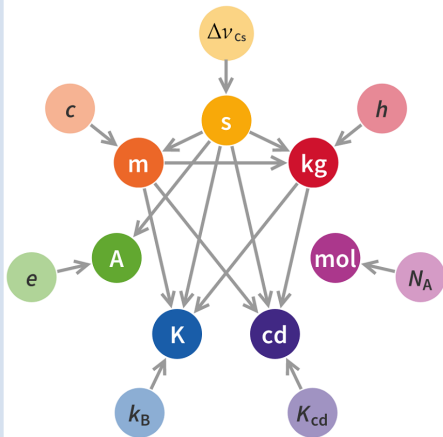
Aquest premi reconeix la confirmació de l'existència de l'*entrelaçament quàntic* i les seves aplicacions tot i que Einstein es va esforçar, en el seu temps, a trobar arguments per 'provar' que no podia existir i que va condensar en el famós article publicat el 1935 amb la col·laboració amb B. Podolsky i N. Rosen amb el títol *Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* (EPR).

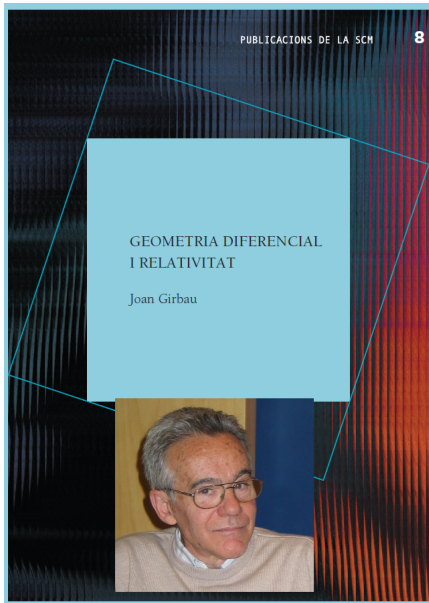
Ha tingut un efecte catalitzador de les èpiques recerques de molts investigadors, especialment John Bell i R. Feynman, que van culminar en el Nobel de 2022. El paper de Bell és crucial, ja que va ser el primer a demostrar (1966) que “cap teoria física amb variables

ocultes locals pot reproduir totes les prediccions de la mecànica quàntica”, però la comprovació experimental, iniciada el 1972 per Clauser (un dels guardonats) i Stuart Freedman, ha resultat ser una epopeia científica d'una gran complexitat teòrica i experimental. Un Nobel molt merescut.

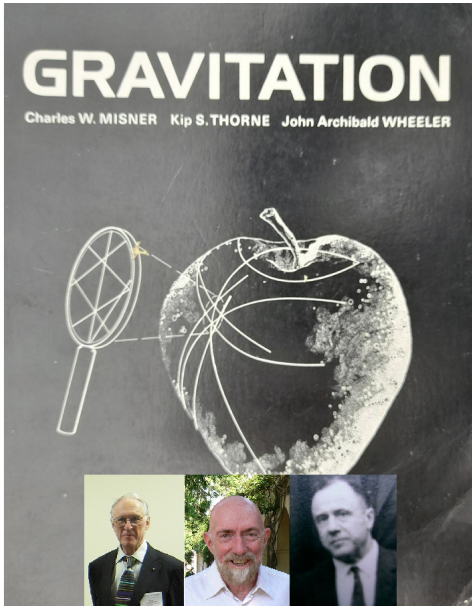
Dimensions	Nom	Símbol
temps (T)	segon	s
longitud (L)	metre	m
massa (M)	kilogram	kg
corrent elèctric (I)	ampere	A
temperatura (Θ)	kelvin	K
substància (N)	mol	mol
lluminositat (J)	candela	cd

Símbol	Nom	Valor
$\Delta\nu_{Cs}$	freqüència de transició hiperfina del Cs	9 192 631 770 Hz
c	velocitat de la llum	299 792 458 m/s
h	constant de Planck	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J·s
e	càrrega elemental	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$ C
k	constant de Boltzmann	$1.380\,649 \times 10^{-23}$ J/K
N_A	constant d'Avogadro	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$ mol ⁻¹
K_{cd}	eficàcia lumínica radiació 550 THz	683 lm/W





[12] (girbau-2022)

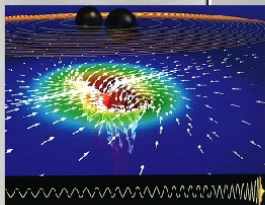


N [13] (misner-thorne-wheeler-1973)

NATIONAL BESTSELLER

BLACK HOLES & TIME WARPS

EINSTEIN'S OUTRAGEOUS LEGACY



KIP S. THORNE
FOREWORD BY STEPHEN HAWKING

"Deeply satisfying. . . [An] engrossing blend of theory, history, and anecdote." —WALL STREET JOURNAL

To Sebastian
I greatly enjoyed talking with
you today! Best Wishes, Kip ^{26 May 2011}

BLACK HOLES AND TIME WARPS

Einstein's Outrageous Legacy

KIP S. THORNE

THE FEYNMAN PROFESSOR OF THEORETICAL PHYSICS
CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

[14] (thorne-1994)

A volume of

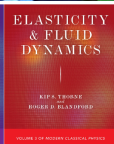
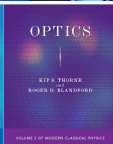
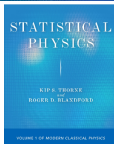
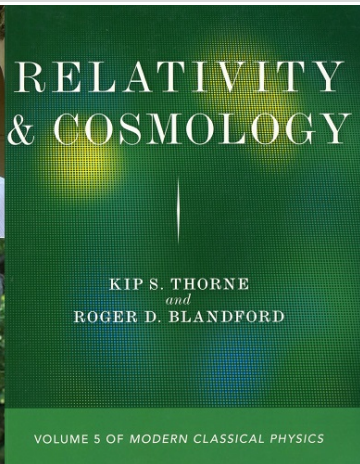
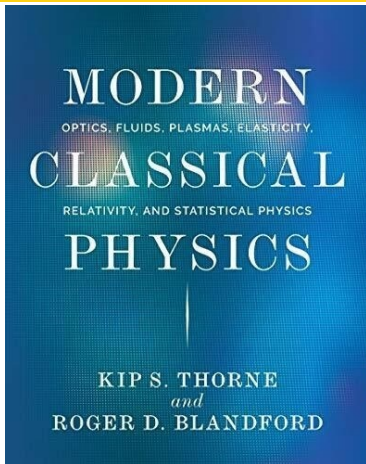
THE COMMONWEALTH FUND BOOK PROGRAM

under the editorship of Lewis Thomas, M.D.

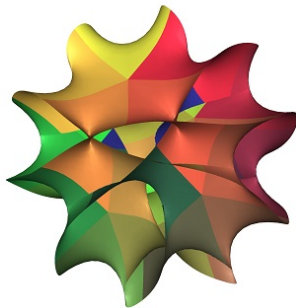
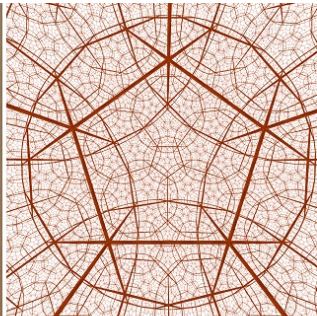
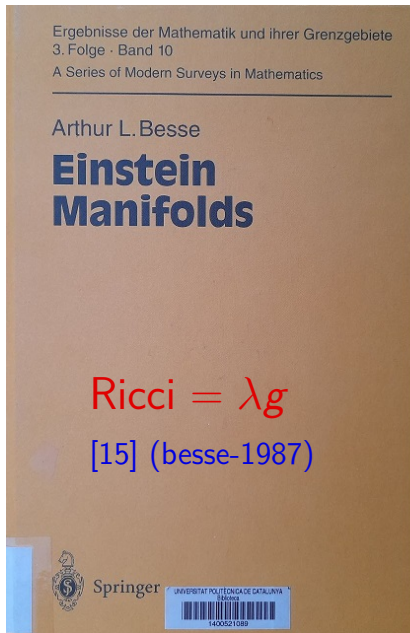
W · W · NORTON & COMPANY

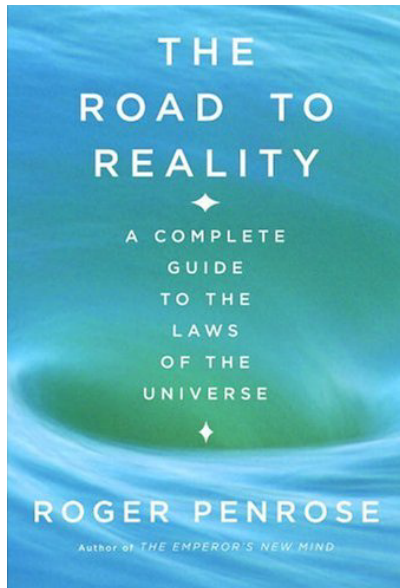
New York London

N

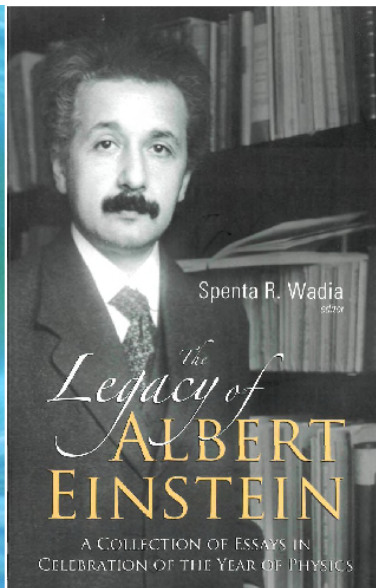


Review of MCPPh

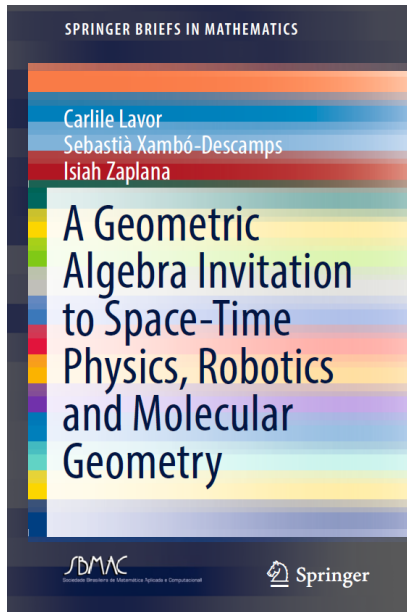




[16] (penrose-2005)

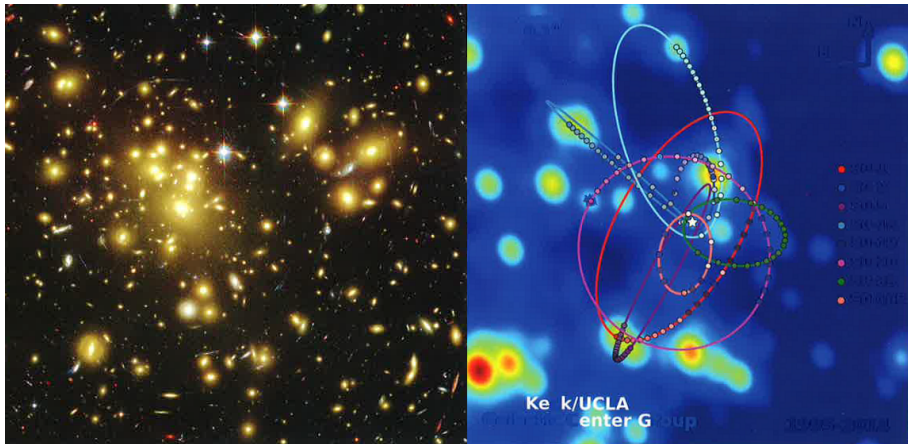


[17] (wadia-2006)



1	Low Dimensional Geometric Algebras	1
1.1	Linear Algebra Background	3
1.2	GA of the Euclidean Plane, \mathcal{G}_2	8
1.3	GA of the Euclidean Space, \mathcal{G}_3	14
1.4	GA of the Minkowski Space, $\mathcal{G}_{1,3}$	23
1.5	Exercises.....	30
3	Minkowski's Space-Time: Geometry and Physics	53
3.1	From Physics to Geometry and Back	54
3.2	A GA View of the Lorentz Group.....	60
3.3	A GA View of Electrodynamics.....	63
3.4	A GA View of Dirac's Equation.....	70
3.5	Exercises.....	72

[18] (lavor-xambo-zaplana-2018)



- Gauss, teoria de superfícies, topografia terrestre, ...
- Einstein, geometria riemanniana, relativitat general, topografia de l'univers, ...

N



El llibre editat per Schilpp conté l'autobiografia d'Einstein (en alemany i anglès) que comença així: “Aquí m'assec per escriure, als 67 anys, quelcom semblant al meu propi obituari”. La va començar, doncs, el 1946, i es va publicar el 1949.

A destacar les extenses biografies de Pais i Fölsing. Com a biografia científica, la de Pais és indispensable. Fixeu-vos també en la E d'Einstein en el títol d'Auffray, tot i que l'objectiu de l'assaig és destacar les contribucions de Poincaré. P

Capítols particularment instructius:

15 Teories del camp unificat;

20 Entrellaçament quàntic;

21 La bomba;

22 Un únic món;

24 Cacera de bruixes;

Walter Isaacson (n. 1952) és escriptor, periodista i professor (a la Universitat de Tulane). Conseller delegat de l'[Aspen Institute](#) (d'Estudis humanístics), ha estat president de la [CNN](#) i director executiu de la revista [Time](#). És autor de diverses biografies, com ara *Kissinger: A Biography* (1992); *Benjamin Franklin: An American Life* (2003); *Steve Jobs* (2011); *Elon Musk* (2023); i *The Wise Men: Six Friends and the World They Made* (1986, en col·laboració amb Evan Thomas).

Des del curs 2003-2004, l'FME dedica cada curs a una personalitat històrica. Dels sis primers (dedicats a Henri Poincaré, Albert Einstein, Carl Friedrich Gauss, Leonhard Euler, Bernhard Riemann i Emmy Noether) se'n van publicar sengles volums, agrupats sota la rúbrica "Conferències FME". Com veurem, tots són rellevants per als temes de la xerrada d'avui, i molt especialment el volum II, del curs dedicat a Einstein (2004-2005). Del Prefaci d'aquest volum:

"La Facultat de Matemàtiques i Estadística es sumà a la iniciativa dedicant a Einstein el curs 2004-2005. Es volgué així tenir ocasió de commemorar el científic i la seva vasta obra, la influència que els seus treballs han tingut al llarg dels anys i, sobretot, la pervivència fructífera de les seves idees no només en la física i la tecnologia, sinó també en les matemàtiques."

Entre les contribucions d'aquest volum em sembla oportú destacar avui les següents:

Conferència inaugural: Ramón Vilaseca;

Conferències de la Jornada Einstein (9 de febrer de 2015): José M. Sánchez Ron, Joan Girbau, Manuel Asorey, Alfonso Romero i Luis Navarro;

Conferència de cloenda: José Senovilla;

Altres conferències: David Jou i Emili Elizalde.

La Comissió Einstein va estar formada per Víctor González (estudiant), Oriol Serra, Joan Solà-Morales, Eduard Recasens, i Sebastià Xambó.

A destacar el títol de l'article de Joan Girbau: "L'equació d'Einstein de la relativitat general i la seva relació amb l'equació d'ona".

De l'Autobiografia, [2] (einstein-1949): Als 12 anys vaig viure una segona meravella d'una naturalesa totalment diferent [la primera, als 4-5 anys, fou l'encís d'una brúixola]: un petit llibre de geometria plana euclidiana que va arribar a les meves mans a principis del curs escolar. Afirmacions no evidents, com per exemple que les tres altures d'un triangle es tallen en un punt, es podien demostrar amb tanta certesa que qualsevol dubte semblava fora de qüestió. **Aquesta lucidesa i certesa em van causar una impressió indescriptible.** Que s'haguessin d'acceptar suposicions sense provar no em va amoïnar. Per exemple, recordo que un oncle em va explicar el teorema de Pitàgores abans que m'hagués arribat **el sagrat llibret de geometria.** Després de molt d'esforç vaig aconseguir "provar" aquest teorema sobre la base de la semblança dels triangles; en fer-ho em va semblar "evident" que les relacions dels costats dels triangles rectangles haurien d'estar completament determinades per un dels angles aguts. Només em semblava necessari demostrar un enunciat que no semblés "evident" d'una manera semblant. A més, **els objectes amb què tracta la geometria semblaven no ser de tipus diferent dels objectes de percepció**

sensorial, “que es poden veure i tocar”. Aquesta idea primitiva, que probablement també es troba al fons de la coneguda problemàtica kantiana relativa a la possibilitat de “judicis sintètics *a priori*”, es basa òbviament en el fet que la relació dels conceptes geomètrics amb els objectes d'experiència directa (vareta rígida, interval finit, etc.) estava **inconscientment present**.

Si així semblava que era possible obtenir un cert coneixement dels objectes de l'experiència mitjançant el pensament pur, aquest “prodigi” era erroni. No obstant això, per a qualsevol que ho experimenti per primera vegada, és meravellós que es pugui arribar a tal grau de certesa amb el pensament pur com els grecs ens van demostrar per primera vegada que és possible en geometria.

De [4] (foelsing-1998), p 24: Einstein no es va adonar plenament que les relacions entre geometria i realitat poden ser més complexes i profundes fins al desenvolupament de la seva teoria general de la relativitat.

[16] (penrose-2005), p. 40: Què passa amb el teorema de Pitàgores, que no és vàlid en geometria hiperbòlica? Hem d'abandonar aquest magnífic llegat pitagòric? En absolut, [...] totes les geometries “riemannianes”, que formen el marc essencial per a la teoria general de la relativitat d'Einstein, depenen de manera vital del teorema de Pitàgores, ja que és vàlid en el límit de les petites distàncies. A més, apareix en altres grans àrees de les matemàtiques i la física (per exemple, l'estructura mètrica “unitària” de la mecànica quàntica).

Remarca. $AB = AC + CB$, $AB^2 = AB \cdot AB = (AC + CB) \cdot (AC + CB) = AC \cdot AC + CB \cdot CB + 2AC \cdot CB = AC^2 + BC^2$.

De l'Autobiografia, [2] (einstein-1949): Des dels dotze als setze anys em vaig familiaritzar amb els elements de les matemàtiques juntament amb els principis del càlcul diferencial i integral. En fer-ho vaig tenir la sort de trobar llibres que no eren massa particulars en el seu rigor lògic, però que ho compensaven deixant que els pensaments principals destaquessin clarament i sinòpticament. Aquesta ocupació era, en conjunt, realment fascinant; es van assolir clímaxs comparables amb els de la geometria elemental: la idea bàsica de la geometria analítica, les sèries, els conceptes de diferencial i integral.

També vaig tenir la sort de conèixer els resultats i mètodes essencials de tot el camp de les ciències naturals en una excel·lent exposició popular, que es va limitar gairebé en tot moment a aspectes qualitius (Els "People's Books on Natural Science" de Bernstein, un treball de cinc o sis volums), una obra que vaig llegir amb una atenció sense alè.

També havia estudiat ja una mica de física teòrica i, als disset anys, vaig entrar a l'Institut Politècnic de Zuric. P

Allà vaig tenir professors excel·lents (per exemple, Hurwitz, Minkowski), de manera que realment podria haver obtingut una bona educació matemàtica. Tanmateix, vaig treballar la major part del temps al laboratori de física, fascinat pel contacte directe amb l'experiència. La resta del temps el vaig passar principalment a casa estudiant els treballs de Kirchhoff, Helmholtz, Hertz, etc. El fet de descuidar fins a cert punt les matemàtiques no era degut només al meu més gran interès per les ciències naturals, sinó també per la impressió que les matemàtiques estaven dividides en nombroses especialitats, cadascuna de les quals podia acaparar fàcilment la curta vida que ens és concedida. En conseqüència, em vaig veure en la posició de l'ase de Buridan, que era incapaç de decidir a quin feix de fenc dirigir-se. Això raïa, òbviament, en què la meua intuïció no era prou forta en el camp de les matemàtiques per diferenciar clarament allò fonamentalment important, allò que és realment bàsic, de la resta de l'erudició més o menys prescindible. P

[19] (sallent-roca-molina-2005), pàgina 11:

Poc després de casar-se va trobar-se a Berna amb **MAURICE SOLOVINE** (1875-1958), un jove filòsof romanès àvid d'idees sobre la física del moment, i amb **CONRAD HABICHT** (1876- 1958), un amic de Zuric que venia a ampliar els estudis de matemàtiques. Einstein es va erigir en líder de la terna que amb gran pompa van batejar com a **Acadèmia Olímpia**. Es reunien de manera regular, encara que informal, per discutir de filosofia, física i literatura. Tot i que l'Acadèmia es va dissoldre tres anys després, per la separació física dels seus membres, no es va esvaïr mai del record d'Einstein. Mig segle després, en una carta dirigida a M. Solovine, Einstein rememorava les discussions i les lectures que hi havien tingut lloc: Sòcrates, Plató, Spinoza, Hume, Mach, **Poincaré**, Racine i Cervantes, entre d'altres.

Max Born va afirmar que, encara que Albert Einstein no hagués escrit una sola línia sobre relativitat, hauria estat igualment un dels científics més grans de tots els temps. Aquest llibre explora de forma accessible la quantia i envergadura de les contribucions científiques d'un Einstein no relativista —un Einstein, per tant, gairebé «desconegut»— en terrenys com les forces moleculars, la termoestadística, l'efecte fotoelèctric, l'estructura de la radiació o la seva posició davant de la mecànica quàntica; un assumpte relacionat amb les teories de «variables ocultes» i les seves implicacions. Després de situar cadascuna de les troballes d'Einstein en el context vital i històric, *El desconocido Albert Einstein* finalitza indagant amb lucidesa en la polèmica sobre l'autèntica responsabilitat que va poder tenir Mileva Marić, primera dona d'Albert Einstein, en algunes de les principals aportacions científiques del mite. P

Per molt que tots sabem que $E = mc^2$ va ser l'equació important i fonamental d'Einstein, sabem realment per què es considera que Einstein és un dels pensadors més importants de la història? En aquesta biografia, els autors revelen l'home darrere de la física i ens introdueixen a les teories d'una manera accessible i fascinant. Amb un prefaci actualitzat per a aquesta nova edició, *Einstein* explica com la icona científica va canviar la nostra visió del món i per què ningú pot esperar comprendre aquest món sense entendre abans la seva obra.

Els cinc articles versen sobre diversos aspectes de termodinàmica i física estadística i, sens dubte, foren molt importants per al seu desenvolupament científic, però no afegien gaire al que ja era conegut. Per exemple, el mateix Einstein explica que “no estant familiaritzat amb les investigacions de Boltzmann i Gibbs que havien aparegut anteriorment, i que realment esgotaven el tema, vaig desenvolupar la mecànica estadística i, basant-me en ella, la teoria

cineticomolecular de la termodinàmica.” El 1910 va escriure que si hagués conegut el llibre de Gibbs no hauria publicat els articles sobre els fonaments de la mecànica estadística, llevat d’alguns comentaris, [3] (pais-1983), pàg. 55.

A aquesta valoració ara hi podria afegir la de White-Gribbin, pàg. 51:

Els papers tenen defectes per la manca d’accés d’Einstein al tipus d’instal·lacions que hauria tingut com a professor universitari, i també perquè no havia llegit les obres de pioners com Boltzmann i Maxwell, i el nord-americà Josiah Willard Gibbs, així que de vegades va recórrer el mateix terreny que havien trepitjat els de la generació precedent, de vegades redescobrint coses que ja es coneixien, i de vegades seguint vies ja se sabia que no duien a res. Però aquesta experiència pot haver-li estat útil a la llarga. En elaborar gran part de la base del que es coneix com a mecànica estadística —un enfocament de la termodinàmica que depèn del càlcul de les estadístiques del

comportament d'un gran nombre de partícules, àtoms o molècules— per ell mateix, va adquirir un domini exhaustiu del tema, i més tard va poder aplicar aquestes idees de moltes maneres noves. A més, el tipus de tècniques estadístiques que Einstein va utilitzar inicialment en la seva investigació de la termodinàmica aviat va demostrar ser especialment útil en la nova ciència de la mecànica quàntica. P

[20] (einstein-1956), *The meaning of relativity* (6a edició), Ap. II: “Els coneixements matemàtics que han permès establir la teoria general de la relativitat els devem a les investigacions geomètriques de Gauss i Riemann”.

I de Gauss diu que “va investigar les propietats mètriques d’una superfície de l’espai euclidià tridimensional, i demostrà que aquestes propietats es poden descriure mitjançant conceptes que es refereixen només a la superfície mateixa (*conceptes intrínsecs*) i no a la seva relació amb l’espai ambient (*extrínsecs*). Com que, en general, no existeix un sistema de coordenades preferit en una superfície, aquesta investigació va portar per primera vegada a expressar les magnituds rellevants en coordenades generals”. A celebrar la publicació d’*Una lectura del Disquisitiones generales circa superficies curvas* de C. F. Gauss, de n’Agustí Reventós i en Carlos Rodríguez, que podeu trobar al web de la SCM, i el tractament que fan del *theorema egregium* segons el qual la curvatura, que es defineix extrínsecament, resulta ser un concepte intrínsec. P

“Des de 1905 fins a 1916, treballa assíduament per incorporar la gravitació a la relativitat, resultant-ne la teoria de la relativitat general (de natura essencialment geomètrica, atès que “la gravetat és la curvatura de l’espai-temps”), la qual no només és considerada una obra cabdal de la física matemàtica, sinó que fins avui ha superat satisfactòriament totes les proves experimentals a què se l’ha sotmès. El camp d’aplicació fonamental de la relativitat general és la cosmologia. Havent predit el mateix Einstein l’existència d’ones gravitatòries el 1916, la relativitat general és des d’aleshores el fonament de les recerques cosmològiques, des dels forats negres (una altra de les prediccions de la teoria) fins a la mateixa estructura de l’espai-temps.” (del Prefaci del Volum Einstein)

P

Veurem que Einstein es va veure amb una situació semblant en cas de les equacions de la relativitat general i que va tractar la qüestió seguint un procediment semblant al de la introducció del corrent de desplaçament per Maxwell. P

Val a dir que el camp electromagnètic es propaga en el buit en ones a la velocitat $1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, que numèricament coincideix amb la velocitat de la llum en el buit. Aquest és el moment de la unificació de l'electricitat, el magnetisme i l'òptica. A més, si acceptem el principi de relativitat, c ha de ser independent del sistema inercial en què es mesuri, ja que μ_0 i ε_0 són quantitats electromagnètiques que han de tenir el mateix valor en qualsevol sistema inercial. P

Herrmann Grassmann: Noció d'estructura matemàtica. En particular d'espai vectorial (de qualsevol dimensió), de l'àlgebra exterior, en la que arrelen les geometries supersimètriques actuals, i la noció de forma quadràtica com element clau del que en podem anomenar *espais geomètrics* (lineals). Important primer pas en la direcció d'una geometria en el sentit de Leibniz (sense coordenades: *característica geomètrica*)

Bernhard Riemann: “Riemann ha estès la teoria de superfícies de Gauss a espais d'un nombre arbitrari de dimensions (espais amb mètrica riemanniana, que es caracteritza per un camp tensorial simètric de segon rang). En aquesta admirable investigació va trobar l'*expressió general de la curvatura* en espais mètrics de dimensions superiors” ([20] (einstein-1956), App. II).

■ En la concepció de RIEMANN, l'expressió de ds^2 en coordenades x_1, x_2 per a una superfície es generalitza a $ds^2 = \sum_{i,j=1}^n g_{ij} dx_i dx_j$ en

dimensió n , on $g_{ij} = g_{ji}$. Aquests espais (*varietats riemannianes*) tenen una *curvatura* en cada punt que és una funció de les g_{ij} i les seves derivades fins a l'ordre 2.

William K. Clifford: Fa un pas decisiu més enllà de Grassmann amb l'àlgebra geomètrica (o de Clifford). Tradueix a l'anglès la memòria de Riemann de 1844 (*Sobre les hipòtesis que estan a la base de la geometria*) i concep la idea, elaborant sobre suggeriments de Riemann, que la geometria de l'espai està determinada per la distribució de la matèria. L'àlgebra geomètrica és un formalisme idoni, però relativament poc conegut, per expressar à-la-Leibniz les teories de la relativitat.

Felix Klein: Programa d'Erlangen: Geometria com l'estudi dels conceptes i relacions invariants per l'acció d'un grup; jerarquia de les geometries conegudes.

Gregorio Ricci: Càlcul tensorial (càlcul absolut), teoria de connexions. Mestre de Tullio Levi-Civita. El 1900 publiquen [21] (ricci-levicivita-1900) (*Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications*), basat en [22] (ricci-1886) (*Sui parametri e gli invarianti delle forme quadratiche differenziali*), que al seu torn desenvolupa idees de M. Christoffel de 1869 (ús dels símbols de Riemann-Christoffel, etc.).

Henri Poincaré: Va introduir el *principi de relativitat* el 1904 i havia trobat un argument heurístic per la fórmula $E = mc^2$. En el llibre [4] (foelsing-1998), p. 215: “Poincaré i Einstein van passar com vaixells a la nit, fent tot el possible per defugir-se un a l’altre”. El cas més dramàtic en relació al que va necessitar Einstein del càlcul tensorial el 1912 (any de la mort de Poincaré) és un remarcable teorema de Poincaré que esmentaré en parlar de la RG.

El llibre [6] (auffray-2005) (*Einstein et Poincaré: Sur les traces de la relativité*) aporta una revisió crítica de la relació d'Einstein amb alguns d'aquests predecessors. Resumit: “Poincaré i Einstein van encarnar dues concepcions diferents de la cerca del saber. La diferència entre ells es pot resumir en dues paraules: “esperit matemàtic”. Va ser innat en Poincaré, no ho va ser en Einstein, i veurem les conseqüències que això va comportar.

P

En el desenvolupament de la RG, Marcel Grossmann va tenir un paper important assistint a Einstein en l'assimilació del càlcul tensorial i en particular del càlcul absolut de Ricci i Levi-Civita. Hilbert va tenir un paper semblant al d'un catalitzador: seminari d'Einstein de 12 hores a Göttingen a principis de l'estiu de 1915 (hi van assistir Hilbert, Klein i Weyl), obtenció de les equacions el novembre del mateix any. Emmy Noether va contribuir amb l'article de 1918 en què obtingué una teoria general de les quantitats conservades en l'evolució d'un sistema associades a les simetries d'aquest sistema (tothom el cita sota la rúbrica de "teoremes de Noether"). Weyl va publicar el 1918 *Raum, Zeit, Materie (Espai, temps, matèria)*, una exposició primerenca de les teories de la relativitat, del qual en van aparèixer diverses edicions en els anys posteriors.

Del pròleg de Roger Penrose:

...durant aquest mateix any Einstein va aportar també noves idees fonamentals en dues àrees més, amb la seva tesi doctoral sobre la determinació de les dimensions moleculars i amb la seva anàlisi de la naturalesa del moviment brownià. *Aquesta darrera anàlisi per si sola li hauria valgut a Einstein un lloc en la història.* En realitat, el seu treball sobre el moviment brownià (juntament amb el treball independent i paral·lel de Smolouchowski) va establir les bases d'una part important del coneixement estadístic que ha tingut enormes implicacions en altres nombrosos camps. P

“Es tracta d’inferir propietats de sistemes formats per un nombre molt gran d’unitats (àtoms, molècules, quanta de llum) a partir de propietats *hipotètiques* d’aquestes unitats. La metodologia depèn essencialment de procediments matemàtics (incloent-hi l’anàlisi combinatòria).

Einstein veu aquests treballs com de natura “heurística” (útils per descobrir nous fenòmens, però pendents d’una comprensió teòrica més profunda de les propietats de les unitats bàsiques).

Va ser seguint aquest camí basat en la física estadística que va anar descobrint fins quin punt la física quàntica era un element essencial per entendre l’univers, pel que fa a les propietats de les unitats més bàsiques del mateix.” (Vilaseca-2005, Volum Einstein).

La física estadística ha jugat un paper fonamental en el desenvolupament de la física quàntica. Les seves aplicacions són innumbrables, no només en física i química, sinó també en enginyeria, ciències socials, i ciències biològiques (fotosíntesi, per exemple), incloent-hi la neurociència. P

La teoria de la relativitat és una teoria *física* de l'espai i el temps, i la qualificació de “física” en lloc de “filosòfica” és perquè aquesta teoria es pot comprovar experimentalment.

La relativitat descriu la natura des del quark fins al cosmos. La relativitat permet reflexionar profundament, analitzar àmpliament, predir amb precisió. És una teoria d'una innocència, senzillesa i poder fantàstics.

P

Aquestes relacions entre massa i energia s'han comprovat repetidament, com ara en els casos d'aniquilació d'una partícula i la seva antipartícula, en les reaccions nuclears, o en els acceleradors de partícules.

P

1907: La idea més feliç de la meua vida: en caiguda lliure no es percep la gravetat, i tots el cossos, independent de la seva constitució i forma, cauen de la mateixa manera. Una referència en caiguda lliure és inercial.

1912: Albert Einstein va escriure des de Zuric al cèlebre físic Arnold Sommerfeld el següent: Ara estic treballant exclusivament en el problema de la gravitació i crec que puc superar totes les dificultats amb l'ajuda d'un amic matemàtic [Grossmann]. Però una cosa és certa: mai abans a la meua vida m'havia preocupat tant per res, i ara veig amb un enorme respecte les matemàtiques, les parts més subtils de les quals considerava fins ara, en la meua ignorància, com un pur luxe! En comparació amb aquest problema, la teoria original de la relativitat és un joc de nens.

El *principi de relativitat general*: les lleis físiques s'expressen de la mateixa forma en tots els sistemes de coordenades (és a dir, s'han de poder expressar intrínsecament).

El gran Dirac va publicar [23] (dirac-1975), *General theory of relativity* el 1975 (70 pàgines, 35 lliçons) des de l'òptica d'un físic. És instructiu comparar-lo amb les exposicions d'Einstein o amb les de caire més 'geomètric' (per dir-ho d'alguna manera), com per exemple el llibre [24] (sachs-wu-1977), *General relativity for mathematicians*.

P

THE COLLECTED PAPERS OF Albert Einstein

Jon Stachel, EDITOR

David C. Cassidy, ASSOCIATE EDITOR

Robert Schulmann, ASSOCIATE EDITOR

Jürgen Renn, , ASSISTANT EDITOR

Robert Summerfield, EDITORIAL ASSISTANT

Aquest primer dels aproximadament quaranta volums projectats [trenta a la contracoberta del volum 2] inaugura la publicació dels articles complets d'Albert Einstein, un recurs tan esperat i complet que contindrà més de 14.000 documents extrets de l'Arxiu Einstein, així com molts recentment descoberts pels editors durant la preparació del treball. Una de les empreses editorials més ambiciosos que s'han dut a terme en la documentació de la història de la ciència, *The Collected Papers of Albert Einstein* proporcionarà la primera imatge completa d'un llegat escrit massiu que va des del treball fonamental sobre les teories especial i general de la relativitat i els orígens de la teoria quàntica fins a l'*expressió de la profunda preocupació d'Einstein per les llibertats civils, el sionisme, el pacifisme i el desarmament*. En aquests volums els lectors per fi podran recórrer als textos originals per rastrejar el desenvolupament de les idees, interessos i activitats d'Einstein. Els *Collected papers* no només enriquiran el nostre coneixement de la vida i l'obra d'Einstein i la seva

immensa influència en el desenvolupament de la física del segle XX, sinó que també proporcionaran una nova font per entendre les interaccions de la ciència, la política i la cultura en el nostre temps.

Patrocinat per The Hebrew University of Jerusalem i Princeton University Press, i ubicat a la Universitat de Boston, el projecte Einstein posarà a disposició del públic una col·lecció monumental de material primari. En els volums s'inclouran tots els escrits publicats d'Einstein sobre física i sobre temes socials i polítics, així com els seus quaderns, manuscrits científics inèdits i la seva correspondència amb físics destacats, com H. A. Lorentz, Paul Ehrenfest, Max Planck, Max von Laue, Erwin Schrödinger i Marie Curie, i amb destacats contemporanis en altres camps, des de Sigmund Freud, Albert Schweitzer, Bertrand Russell i George Bernard Shaw fins a Chaim Weizmann i Franklin Roosevelt. També s'inclouen a la col·lecció

cartes a familiars i amics i objectes personals com els diaris de viatge d'Einstein i els seus versos i aforismes.

Versió digital: Cada volum conté els documents en la llengua original en què van ser escrits i, en un volum paral·lel, les seves traduccions a l'anglès.

La versió impresa va pel volum 17 (publicat el 2024).

En el següent fitxer podeu trobar les presentacions dels 17 volums:
[The Collected Papers of Albert Einstein \(summaries\)](#) ↗

P

El llibre de Joan Girbau aplica els mètodes rigorosos de la geometria diferencial (capítols 1-6) a la física clàssica (capítols 7-13) i a la relativitat (capítols 14-20). En concret: 18 Els fonaments de la RG, 19 Camp gravitatori produït per una estrella, 20 Models cosmològics.

El llibre enciclopèdic dels físics Misner-Thorpe-Wheeler (1280 pàgines) il·lustra el nivell de geometria diferencial que van trobat necessari assolir per donar compte cabal de la teoria de la gravitació d'Einstein.

P

De la lliçó de Kip Thorne en l'ocasió del seu DHC per la UPC (25 de maig de 2017):

L'any 1980, em va quedar clar que les fonts més fortes que LIGO detectaria probablement serien col·lisions de forats negres. Per detectar les ones de les col·lisions i extreure'n la informació, *necessitarem un catàleg de totes les formes d'ona que podrien produir les col·lisions*. Calcular aquestes formes d'ona era tan difícil que no es podia fer només amb llapis i paper. Caldria simulacions per ordinador: resoldre les equacions de la relativitat d'Einstein en un ordinador, una empresa anomenada *relativitat numèrica*.

I d'això és del que vam parlar, ja que havia llegit el seu llibre, on s'especulava com serien aquestes formes d'ona. La part més dubtosa, abans del xerric final, va resultar ser més senzilla del que havia esperat.

Exemples

- Si $T = 0$, $\text{Ricci} = \frac{2\Lambda}{n-2}\mathbf{g}$, $\lambda = \frac{2\Lambda}{n-2}$.
- L'espai euclidià, amb $\lambda = 0$.
- L'esfera S^n , $\lambda = n - 1$.
- L'espai hiperbòlic de dimensió n , $\lambda = -(n - 1)$.
- L'espai projectiu complex de dimensió n , $\lambda = n + 1$.
- Les anomenades varietats de Calabi-Yau, $\lambda = 0$.

P

Apreciació de Sir Michael Atiyah (DHC UPC 2008): “Einstein va iniciar i va destacar el paper de la geometria en la física fonamental. Cinquanta anys després de la seva mort, els vincles entre la geometria i la física s’han estès significativament amb beneficis per a ambdues parts. A diferència de Newton, Einstein no era un matemàtic. Va utilitzar les matemàtiques d’una manera essencial però no les va crear i va confiar en els seus col·legues per a l’ajuda tècnica. *És encara més notable que les seves idees hagin provocat grans avenços en geometria, fins i tot en parts aparentment allunyades de la física*” (M. Atiyah, “Einstein and Geometry”, pàgines 15-23 de [17]).

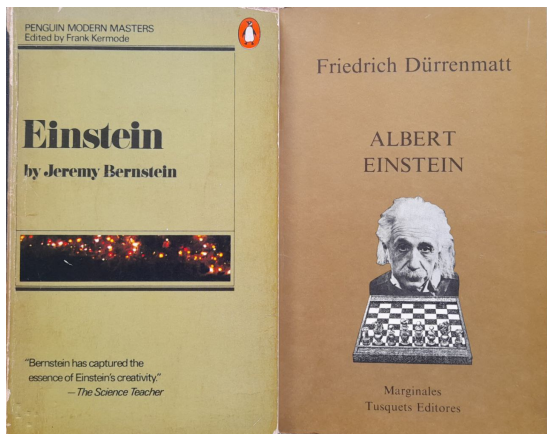
En el prefaci de Penrose al llibre de Pais, llegim: Einstein va ser *el primer a trencar amb la física clàssica de l’època* i a introduir la crucial idea quàntica “ona/partícula”: la idea que tot i que la llum era una ona electromagnètica, de vegades s’havia de tractar com una col·lecció de partícules (anomenades “fotons” des de fa un segle). A

través d'aquest treball, Einstein va descobrir l'explicació de l'efecte fotoelèctric, que finalment li va guanyar un premi Nobel. Va proporcionar (a la seva tesi doctoral) un *mètode nou per determinar les mides de les molècules, en un moment en què la seva mateixa existència encara era controvertida. Va ser un dels primers a comprendre la naturalesa detallada del petit moviment "brownià" de petites partícules en suspensió i a proporcionar un començament a la nova física estadística. Va aportar idees clau que van portar al desenvolupament dels làsers. I tot això per no parlar de les seves teories revolucionàries de la relativitat especial i general!*

P

En una carta enviada al seu fill Eduard (5/2/1930) li deia: “La vida és com anar amb bicicleta. Si vols mantenir l'equilibri no pots parar”. La foto és de 1933, a Santa Barbara (California).

Llibre de J. Bernstein (1973 –aprofundir en la significació del treball d'Einstein i en la seva personalitat) i conferència de F. Dürrenmatt a l'ETH (1979):



- [1] P. A. Schilpp, ed., *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*.
The Library of Living Philosophers, Tudor Publishing Company, 1951.
- [2] A. Einstein, *Autobiographical notes*.
Open Court Publishing, 1949.
Included in [1], pp. 1-95, in German and English. Published in Spanish, with a Preface by Paul Arthyr Schilpp, by Alianza Editorial (libro de bolsillo) in 1984, with the title: *Albert Einstein, Notas autobiográficas*.
- [3] A. Pais and S. Goldberg, *Subtle is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein*.
American Association of Physics Teachers, 1983.
- [4] A. Fölsing, *Albert Einstein*.
Penguin Books, 1998.

- [5] G. J. Holton and Y. Elkana, *Albert Einstein: Historical and cultural perspectives*.
Dover Publications, 1997.
- [6] J.-P. Auffray, *Einstein et Poincaré. Sur les traces de la relativité*.
Le Pommier, 2005.
- [7] W. Isaacson, *Einstein: His Life and Universe*.
Simon & Schuster, 2007.
xxii+675p. Versió al castellà (traducció de Francisco J. Ramos): *Einstein: Su vida y su universo*, DeBolsillo, 2008.
- [8] A. Reventós and C. J. Rodríguez, *Una lectura del Disquisitiones generales circa superficies curvas de C. F. Gauss*, vol. 4 of *Publicacions de la SCM*.
Societat Catalana de Matemàtiques, 2006.
- [9] B. Mahon, *The man who changed everything: The life of James Clerk Maxwell*.
John Wiley & Sons, 2004.

- [10] J. W. Gibbs, *Elementary principles in statistical mechanics: developed with especial reference to the rational foundations of thermodynamics*.
Yale University Press, 1902.
- [11] J. Perrin, *Lers Atomes*.
Librairie Félix Alcan, 1913.
BnF Gallica: gallica.bnf.fr.
- [12] J. Girbau, *Geometria diferencial i relativitat*, vol. 8 of *Publicacions de la SCM*.
Societat Catalana de Matemàtiques, 2022.
Reproducció íntegra i textual de l'edició original de la UAB (1993). Edició a cura de Pere Pascual.
- [13] C. W. Misner, K. Thorne, and J. A. Wheeler, *Gravitation*.
Freeman, 1973.

- [14] K. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy*.
WW Norton & Company, 1995.
Commonwealth Fund Book Program. Foreword by Stephen Hawking and an
Introduction by Frederick Seitz.
- [15] A. L. Besse, *Einstein manifolds*, vol. 10 of *Ergebnisse der Mathematik und
ihre Grenzgebiete 3. Folge*.
Springer, 1987.
- [16] R. Penrose, *The road to reality. A complete guide to the laws of the
Universe*.
Alfred A. Knopf, 2005.
XXVIII + 1099 pp.
- [17] "The Legacy Of Albert Einstein: A Collection Of Essays In Celebration Of
The Year Of Physics," 2006.

- [18] C. Lavor, S. Xambó-Descamps, and I. Zaplana, *A Geometric Algebra Invitation to Space-Time Physics, Robotics and Molecular Geometry*. SBMA/Springerbrief, Springer, 2018.
- [19] E. Sallent, A. Roca, and A. Molina (eds), *1905: El jove Einstein en català*. Societat Catalana de Física i Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, Institut d'Estudis Catalans, 2005.
- [20] A. Einstein, *The meaning of relativity (6th edition)*. Chapman and Hall Ltd, 1956.
- [21] G. Ricci and T. Levi-Civita, "Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications," *Mathematische Annalen*, vol. 54, no. 1-2, pp. 125–201, 1900.
- [22] G. Ricci, "Sui parametri e gli invarianti delle forme quadratiche differenziali," *Annali di Matematica Pura ed Applicata (1867-1897)*, vol. 14, no. 1, pp. 1–11, 1886.

- [23] P. A. M. Dirac, *General Theory of Relativity*.
John Wiley & Sons, 1975.
- [24] R. Sachs and H.-H. Wu, *General relativity for mathematicians*, vol. 48 of *Graduate Texts in Mathematics*.
Springer, 1977.