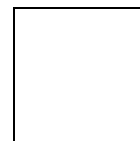


**NOM:** .....  
**COGNOMS:** .....  
**DNI:** .....  
**GRUP:** .....

**NOTA:**



- (a) Considereu el moviment harmònic donat pel següent problema de valors inicials

$$\begin{cases} x'' + \omega^2 x = 0 \\ x(0) = x_0 \\ x'(0) = v_0 \end{cases}$$

Quant val l'amplitud de l'oscil·lació en funció de  $x_0$ ,  $v_0$  i  $\omega$  ?

- (b) Resoleu el problema de valors inicials  $x'' + 16x = 12 \cos 2t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ .
- (c) Quant val el període mínim de la solució de (b)?

**Resolució:**

(a)  $x'' + \omega^2 x = 0 \implies x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ .

$$\text{Condicions inicials: } \left. \begin{array}{l} x_0 = x(0) = A \sin \varphi \\ v_0 = x'(0) = A\omega \cos \varphi \end{array} \right\} \implies \begin{cases} \sin \varphi = \frac{x_0}{A} \\ \cos \varphi = \frac{v_0}{\omega A} \end{cases}$$

$$\implies 1 = \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = \left(\frac{v_0}{\omega A}\right)^2 + \left(\frac{x_0}{A}\right)^2 \implies A = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 + x_0^2}$$

(b)  $x'' + 16x = 12 \cos 2t \implies x_g(t) = \underbrace{c_1 \cos 4t + c_2 \sin 4t}_{x_h(t)} + \underbrace{c_3 \cos 2t + c_4 \sin 2t}_{x_p(t)}$ .

Determinen  $c_3$  i  $c_4$  imposant que  $x_p(t)$  compleix l'equació diferencial ordinària

$$12 \cos 2t = x_p''(t) + 16x_p(t) = (16 - 4)c_3 \cos 2t + (16 - 4)c_4 \sin 2t$$

$$\implies c_3 = 1 \text{ i } c_4 = 0$$

$$\implies x_p(t) = \cos 2t.$$

Determinem  $c_1$  i  $c_2$  imposant les condicions inicials

$$\left. \begin{array}{l} 0 = x(0) = c_1 + 1 \\ 0 = x'(0) = 4c_2 \end{array} \right\} \implies \left. \begin{array}{l} c_1 = -1 \\ c_2 = 0 \end{array} \right\} \implies x(t) = \cos 2t - \cos 4t$$

(c)  $\left. \begin{array}{l} \text{Període de } \cos 2t \rightarrow \frac{2\pi}{2} = \pi \\ \text{Període de } \cos 4t \rightarrow \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \implies \text{Període de } x(t) \rightarrow \text{MCM} \left( \pi, \frac{\pi}{2} \right) = \pi$