

1. Considereu l'equació diferencial ordinària

$$(*) \quad x'' + x = \sin 2t, \quad t \in \mathbb{R},$$

- (a) Diguen quantes solucions periòdiques té l'equació diferencial ordinària (*) i doneu-ne els períodes mínims.
- (b) Calculeu-les.

Resolució:

- (a)
$$\left. \begin{array}{l} p_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \\ p = \pi \end{array} \right\} \implies \frac{p}{p_0} = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \implies (*) \text{ té una solució periòdica de període mínim } \pi \text{ i totes les altres solucions són periòdiques de període mínim } 2\pi.$$
- (b) $y_G = c_1 \cos t + c_2 \sin t + y_p$. Busquem y_p pel mètode dels coeficients indeterminats, és a dir, y_p de la forma $y_p = A \cos 2t + B \sin 2t$ i substituïnt a (*) $\implies A = 0, B = -\frac{1}{3} \implies y_G = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{3} \sin 2t$. Aleshores:
- (1) Prenent $c_1 = c_2 = 0$ surt que la solució π -periòdica és $u(t) = -\frac{1}{3} \sin 2t$.
- (2) Totes les altres són 2π -periòdiques.