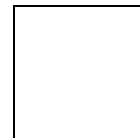


NOM:
COGNOMS:
DNI:
GRUP:



NOTA:

1. Sabem que les funcions $y_1(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$, $y_2(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ formen un conjunt fonamental de solucions de l'equació diferencial lineal homogènia $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0$ en $x > 0$. Calculeu la solució general de l'equació no homogènia $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = x\sqrt{x}$.

Resolució: Només cal calcular una solució particular. Utilitzarem el mètode de variació de paràmetres: $y_p(x) = u_1(x)y_1(x) + u_2(x)y_2(x)$.

Dividim l'equació diferencial ordinària per $x^2 \Rightarrow y'' + \frac{1}{x}y' + \left(\frac{x^2 - (1/4)}{x^2}\right)y = \frac{\sqrt{x}}{x}$ i definim $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$. Com que $W(x) = W(y_1(x), y_2(x)) = \frac{1}{x}$, resulta que:

$$\left. \begin{aligned} u_1(x) &= - \int \frac{f(x)y_2(x)}{W(x)} dx = - \int \sin x dx = \cos x \\ u_2(x) &= \int \frac{f(x)y_1(x)}{W(x)} dx = \int \cos x dx = \sin x \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_p(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow y_G(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(c_1 \cos x + c_2 \sin x + 1), \quad x > 0 \text{ amb } c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$