Equacions Diferencials **Codi: 22701** **A**

Temps: 30 minuts **Avaluació Continuada** 26 d'Octubre de 2005

NOM: ....
COGNOMS: ....
DNI: ....
GRUP: .... **NOTA:**

1. Sabem que les funcions $y_1(x) = \dfrac{\cos x}{\sqrt{x}}$, $y_2(x) = \dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$ formen un conjunt fonamental de solucions de l'equació diferencial lineal homogènia $x^2y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = 0$ en $x > 0$. Calculeu la solució general de l'equació no homogènia $x^2y'' + xy' + (x^2 - 1/4)y = x\sqrt{x}$.

Resolució: Només cal calcular una solució particular. Utilitzarem el mètode de variació de paràmetres: $y_p(x) = u_1(x)y_1(x) + u_2(x)y_2(x)$.

Dividim l'equació diferencial ordinària per $x^2 \Rightarrow y'' + \dfrac{1}{x}y' + \left(\dfrac{x^2 - (1/4)}{x^2}\right)y = \dfrac{\sqrt{x}}{x}$ i definim $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x}$. Com que $W(x) = W(y_1(x), y_2(x)) = \dfrac{1}{x}$, resulta que:

$$\left.\begin{array}{l} u_1(x) = -\displaystyle\int \frac{f(x)y_2(x)}{W(x)}dx = -\int \sin x dx = \cos x \\ u_2(x) = \displaystyle\int \frac{f(x)y_1(x)}{W(x)}dx = \int \cos x dx = \sin x \end{array}\right\} \Longrightarrow y_p(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$\Longrightarrow y_G(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}(c_1 \cos x + c_2 \sin x + 1)$, $x > 0$ amb $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.