Equacions Diferencials **Codi: 22701** **A**

Temps: 30 minuts **Avaluació Continuada** 27 d'Octubre de 2004

NOM: ....
COGNOMS: ....
DNI: ....
GRUP: .... **NOTA:**

1. Proveu que l'operador diferencial $P(D) = D^2 - 2\alpha D + \alpha^2 + \beta^2$ anul·la la funció $e^{\alpha x} \sin \beta x$.

Resolució:

• Una manera de veure-ho és:

Cal provar que $e^{\alpha x} \sin \beta x$ és solució de $(D^2 - 2\alpha D + \alpha^2 + \beta^2)y = 0$. L'equació característica associada a aquesta equació diferencial ordinària és $m^2 - 2\alpha m + \alpha^2 + \beta^2 = 0$, que té per arrels $m_{1,2} = \alpha \pm i\beta$. Tenim doncs que $y_h = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ és la solució general i prenent $C_1 = 0$, $C_2 = 1$ veiem que $e^{\alpha x} \sin \beta x$ n'és solució.

• Una altra manera de veure-ho és:

$D(e^{\alpha x} \sin \beta x) = \alpha e^{\alpha x} \sin \beta x + e^{\alpha x} \beta \cos \beta x$

$D^2(e^{\alpha x} \sin \beta x) = e^{\alpha x}[\alpha^2 \sin \beta x + 2\alpha\beta \cos \beta x - \beta^2 \sin \beta x]$;

llavors, $(D^2 - 2\alpha D + \alpha^2 + \beta^2)(e^{\alpha x} \sin \beta x) = e^{\alpha x}[\alpha^2 \sin \beta x + 2\alpha\beta \cos \beta x - \beta^2 \sin \beta x - 2\alpha^2 \sin \beta x - 2\alpha\beta \cos \beta x + \alpha^2 \sin \beta x + \beta^2 \sin \beta x] = 0$.

2. Trobeu la solució general de l'equació diferencial ordinària $y'' - 2y' = 3e^{2x} \sin x$.

Resolució:

• Solució general de l'homogènia: $m^2 - 2m = 0 \Rightarrow m = 0; 2 \Rightarrow y_h = C_1 + C_2 e^{2x}$, C_1, C_2 constants qualssevol.

Solució particular de la completa: pel mètode dels coeficients indeterminats, busquem $y_p = Ae^{2x} \cos x + Be^{2x} \sin x$. Imposem que sigui solució: $\left.\begin{array}{r} -A + 2B = 0 \\ -2A - B = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow A = -6/5, \; B = -3/5.$

Per tant, la solució general de l'equació diferencial ordinària és: $y = C_1 + C_2 e^{2x} - \dfrac{6}{5} e^{2x} \cos x - \dfrac{3}{5} e^{2x} \sin x$.