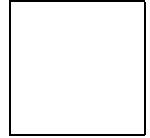


Avaluació Continuada

NOM:
COGNOMS:
DNI:
GRUP:

NOTA:



- Tenim una equació diferencial lineal homogènia a coeficients constants, el polinomi característic de la qual és $P(m) = (m^2 - 4)(m^2 + 9)(m^2 + 2m + 2)m$.
 1. De quina dimensió és el subespai vectorial format per totes les seves solucions? Escriviu la solució general de l'equació.
 2. De quina dimensió és el subespai vectorial format per totes les seves solucions periòdiques? Quin període tenen?
 3. De quina dimensió és el subespai vectorial format per totes les solucions que tendeixen a zero quan
 - (a) $x \rightarrow +\infty$
 - (b) $x \rightarrow -\infty$
 - (c) $x \rightarrow \pm\infty$

Resolució:

1. Donat que $P(m)$ té grau 7, llavors l'equació diferencial ordinària homogènia és d'ordre 7, i aquesta és la dimensió de l'espai de solucions. Les arrels de $P(m)$ són $\{\pm 2, \pm 3i, -1 \pm i, 0\}$ i la solució general és de la forma

$$x(t) = Ae^{2t} + Be^{-2t} + C \cos(3t) + D \sin(3t) + Ee^{-t} \cos t + Fe^{-t} \sin t + G,$$

essent $A, B, C, D, E, F, G \in \mathbb{R}$ constants arbitràries.

2. Si volem solucions periòdiques cal $A = B = E = F = 0$. Llavors $X(t) = C \cos(3t) + D \sin(3t) + G$ és un subespai vectorial de dimensió 3. Si $C \neq 0$ o $D \neq 0$, les solucions tenen període $\frac{2\pi}{3}$. Si $C = D = 0$, llavors tenim solucions constants.
3. (a) Cal $A = C = D = G = 0 \implies x(t) = Be^{-2t} + Ee^{-t} \cos t + Fe^{-t} \sin t$ i té dimensió 3.
(b) Cal $B = C = D = E = F = G = 0 \implies x(t) = Ae^{2t}$ i té dimensió 1.
(c) No n'hi ha cap (dimensió 0).