Equacions Diferencials **Codi: 22701** **A**

Temps: 30 minuts 6 d'Abril de 2006

Avaluació Continuada

NOM: ....

COGNOMS: ....

DNI: ....

GRUP: .... **NOTA:**

- 1. Resoleu l'equació $x'' + 4x = 0$.
  2. Resoleu l'equació $x'' + 4x = \sin 2\pi t$.
  3. Quantes solucions periòdiques i de quins períodes té l'equació de l'apartat 2.? Calculeu-les.

Resolució:

1. Equació característica: $\lambda^2 + 4 = 0 \Longrightarrow \lambda \in \{\pm 2i\}$.
   Solució general: $x(t) = A\cos 2t + B\sin 2t,\ A, B \in \mathbb{R}$
2. $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$, on
   - $x_h(t) = A\cos 2t + B\sin 2t$ solució de l'equació diferencial ordinària homogènia.
   - $x_p(t) = A\cos 2\pi t + B\sin 2\pi t$ solució particular $\Longrightarrow$
     $\sin 2\pi t = x_p'' + 4x_p = -4\pi^2 A\cos 2\pi t - 4\pi^2 B\sin 2\pi t + 4(A\cos 2\pi t + B\sin 2\pi t) =$
     $4(1-\pi^2)A\cos 2\pi t + 4(1-\pi^2)B\sin 2\pi t$. Així, $A = 0$ i $B = \dfrac{1}{4(1-\pi^2)}$.

   Solució general: $x(t) = \dfrac{1}{4(1-\pi^2)}\sin 2\pi t + a\cos 2t + b\sin 2t$.
3. $p_0 = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$, $p = 1 \Longrightarrow \dfrac{p_0}{p} = \pi \notin \mathbb{Q} \Longrightarrow$ l'equació diferencial ordinària té una única solució periòdica que s'obté amb $A = 0 = B \Longrightarrow x_p(t) = \dfrac{1}{4(1-\pi^2)}\sin 2\pi t$.