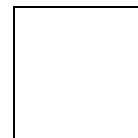


Avaluació Continuada

NOM: .....  
COGNOMS: .....  
DNI: .....  
GRUP: .....

NOTA:



- 1. Resoleu l'equació  $x'' + 4x = 0$ .
- 2. Resoleu l'equació  $x'' + 4x = \sin 2\pi t$ .
- 3. Quantes solucions periòdiques i de quins períodes té l'equació de l'apartat 2.? Calculeu-les.

Resolució:

1. Equació característica:  $\lambda^2 + 4 = 0 \implies \lambda \in \{\pm 2i\}$ .

Solució general:  $x(t) = A \cos 2t + B \sin 2t, A, B \in \mathbb{R}$

2.  $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$ , on

•  $x_h(t) = A \cos 2t + B \sin 2t$  solució de l'equació diferencial ordinària homogènia.

•  $x_p(t) = A \cos 2\pi t + B \sin 2\pi t$  solució particular  $\implies$

$$\sin 2\pi t = x_p'' + 4x_p = -4\pi^2 A \cos 2\pi t - 4\pi^2 B \sin 2\pi t + 4(A \cos 2\pi t + B \sin 2\pi t) = 4(1 - \pi^2)A \cos 2\pi t + 4(1 - \pi^2)B \sin 2\pi t. \text{ Així, } A = 0 \text{ i } B = \frac{1}{4(1 - \pi^2)}.$$

Solució general:  $x(t) = \frac{1}{4(1 - \pi^2)} \sin 2\pi t + a \cos 2t + b \sin 2t$ .

3.  $p_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi, p = 1 \implies \frac{p_0}{p} = \pi \notin \mathbb{Q} \implies$  l'equació diferencial ordinària té una única

solució periòdica que s'obté amb  $A = 0 = B \implies x_p(t) = \frac{1}{4(1 - \pi^2)} \sin 2\pi t$ .