

Àlgebra Lineal (AL 230080)

1. Matrius i determinants (2 setmanes=10h)

- 1.1 Matrius i submatrius. Operacions i propietats.
- 1.2 Transformacions elementals. Formes esglaonades.
- 1.3 Rang d'una matriu. Matriu inversa.
- 1.4 Sistemes d'equacions lineals. Discussió i resolució de sistemes.
- 1.5 Mètode de Gauss. Mètode de Gauss-Jordan.
- 1.6 Determinants: definició i propietats.
- 1.7 Càlcul de determinants. Matrius ortogonals.
- 1.8 Menors i càlcul del rang d'una matriu per menors. Regla de Cramer.
- 1.9 Traces i adjunts. Regla de Laplace. Matriu adjunta.

2. Espais vectorials (2.5 setmanes=12.5h)

- 2.1 Definició, propietats i exemples.
- 2.2 Independència lineal.
- 2.3 Sistema de generadors, base i dimensió.
- 2.4 Components i canvi de base.
- 2.5 Subespais vectorials. Equacions implícites.
- 2.6 Intersecció, suma i suma directa. Fòrmula de Grassmann.
- 2.7 Els quatre subespais associats a un a matriu.

3. Espai euclidià (3 setmanes=15h)

- 3.1 Producte escalar, norma i angle.
- 3.2 Desigualtats de Cauchy-Schwarz i triangular, teorema de Pitàgores.
- 3.3 Ortogonalitat. Bases ortonormals i ortonormals.
- 3.4 Canvi de base. Matrius definides positives.
- 3.5 Complement ortogonal. Projectió ortogonal i millor aproximació.
- 3.6 Mètode de Gram-Schmidt. Equacions normals i coeficients de Fourier.
- 3.7 Millor aproximació per a un sistema lineal: mínims quadrats. Error quadràtic.
- 3.8 Ortogonalitat dels subespais fonamentals.
- 3.9 Espais de dimensió infinita. Polinomis i funcions trigonomètriques ortogonals.
- 3.10 Introducció a l'espai unitari.

4. Aplicacions lineals (2 setmanes=10h)

- 4.1 Definició i propietats. Matriu associada.
- 4.2 Imatges i antiimatges. Canvi de bases. Matrius semblants.
- 4.3 Rang d'una aplicació lineal.
- 4.4 Nucli i imatge. Teorema de la dimensió.
- 4.5 Aplicacions injectives i exhaustives.
- 4.6 Endomorfismes. Canvi de base. Matrius equivalents.
- 4.7 Subespais invariants.

5. Diagonalització d'endomorfismes (2.5 setmanes=12.5h)

- 5.1 Vectors i valors propis.
- 5.2 Polinomi característic i traces d'un endomorfisme.
- 5.3 Subespais propis, multiplicitats algebraica i geomètrica.
- 5.4 Condicions de diagonalització.
- 5.5 Valors propis complexos de matrius reals.
- 5.6 Endomorfismes simètrics. Diagonalització.
- 5.7 Bases ortogonals de vectors propis.
- 5.8 Diagonalització ortogonal de matrius simètriques. Teorema espectral.
- 5.9 Matrius definides i semidefinides positives.
- 5.10 Descomposició en valors singulars.

6. Matrius complexes (1 setmana=5h)

- 6.1 Matrius conjugades i hermitiques.
- 6.2 Producte escalar complex.
- 6.3 Matrius unitàries.

Bibliografia recomanada

- (1) Amer, R.; Carreras F.: Curs d'àlgebra lineal. UPC, 2009.
- (2) Lay, D. C.: Àlgebra lineal y sus aplicaciones. Pearson, 2012.
- (3) Strang, G.: Introduction to Linear Algebra. Wellesley-Cambridge Press, 2009.
- (4) Col·lecció actualitzada de problemes d'àlgebra lineal del Departament.
- (5) Amer, R.; Sales, V.: Àlgebra lineal: Problemes resolts. UPC, 2009.
- (6) Rojo García, J; Martín, I. Ejercicios y problemas de álgebra lineal. McGraw-Hill, 2004.