

# Serie de Fourier de ondas conocidas

Lali Barrière

Octubre 2011

## 1 La onda cuadrada

La onda cuadrada de periodo  $2\pi$  es la función definida por

$$s(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } 0 \leq t < \pi; \\ -1, & \text{si } \pi \leq t < 2\pi; \\ \text{extendida con periodo } 2\pi. \end{cases}$$

Los coeficientes de Fourier de esta función son

$$a_n = 0$$
$$b_n = \frac{1}{\pi} \left( \int_{-\pi}^0 -\cos nt \, dt + \int_0^{\pi} \cos nt \, dt \right) = \begin{cases} \frac{4}{\pi n}, & \text{si } n \text{ es impar;} \\ 0, & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases}$$

En forma amplitud-fase:

$$s(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin t + \frac{1}{3} \sin 3t + \frac{1}{5} \sin 5t + \frac{1}{7} \sin 7t + \frac{1}{9} \sin 9t + \dots \right)$$

## 2 Diente de sierra

La onda en diente de sierra de periodo  $2\pi$  es la función definida por

$$s(t) = \begin{cases} t, & \text{si } -\pi \leq t < \pi; \\ \text{extendida con periodo } 2\pi. \end{cases}$$

Los coeficientes de Fourier de esta función son

$$a_n = 0$$
$$b_n = \frac{1}{\pi} \left( \int_{-\pi}^0 -t \sin nt \, dt + \int_0^{\pi} t \sin nt \, dt \right) = \frac{2}{n} (-1)^{n+1}$$

En forma amplitud-fase:

$$s(t) = 2 \left( \sin t - \frac{1}{2} \sin 2t + \frac{1}{3} \sin 3t - \frac{1}{4} \sin 4t + \frac{1}{5} \sin 5t - \frac{1}{6} \sin 6t + \dots \right)$$

### 3 Onda triangular

La onda triangular de periodo  $2\pi$  es la función definida por

$$s(t) = \begin{cases} t + \frac{\pi}{2}, & \text{si } -\pi \leq t < 0; \\ -t + \frac{\pi}{2}, & \text{si } 0 \leq t < \pi; \\ \text{extendida con periodo } 2\pi. \end{cases}$$

Los coeficientes de Fourier de esta función son

$$a_n = \frac{1}{\pi} \left( \int_{-\pi}^0 \left(t + \frac{\pi}{2}\right) \cos nt \, dt + \int_0^{\pi} \left(t + \frac{\pi}{2}\right) \cos nt \, dt \right) = \begin{cases} \frac{4}{\pi n^2}, & \text{si } n \text{ es impar;} \\ 0, & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases}$$
$$b_n = 0$$

En forma amplitud-fase:

$$s(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin t + \frac{1}{9} \sin 3t + \frac{1}{25} \sin 5t + \frac{1}{49} \sin 7t + \frac{1}{81} \sin 9t + \dots \right)$$