Pràctiques MATLAB 28/09/2007

Objectiu de la pràctica

Donades les funcions:

$$f(x) = e^{x} \sin x, \qquad g(x) = e^{x^2} \sin x^2,$$

a) Usant la regla de Barrow, calculeu $\int_0^{\pi/2} f(x)\mathrm{dx}$

b) Usant el mètode dels trapezis $T(h)$, amb $N = 10$ subdivisons (és a dir $h = \frac{\pi/2 - 0}{10}$), calculeu aproximadament la integral $\int_0^{\pi/2} g(x)\mathrm{dx}$.

c) Usant el mètode de Simpson,

$$S(h) = T(h) + \frac{T(h) - T(2h)}{3},$$

amb $N = 20$ subdivisions (és a dir $h = \frac{\pi/2 - 0}{20}$) calculeu aproximadament la integral $de\, l'$apartat b).

d) Usant quadratura adaptativa, calculeu la integral de l'apartat b) amb un error $< 10^{-12}$.

Desenvolupament

Els apartats b), c), d) fan servir mètodes d'integració numèrica per aproximar la integral $\int_0^{\pi/2} g(x)\mathrm{dx}$, en canvi, a l'apartat a) el càlcul de $\int_0^{\pi/2} f(x)\mathrm{dx}$, es farà aplicant la "regla de Barrow", o sigui, fent ús de les capacitats de càlcul simbòlic de MATLAB.

En aquesta sessió, explicarem primer els apartats b), c), d) i en últim terme comentarem l'apartat a).

IMPORTANT: Com a pas previ per b), c), d) cal escriure un fitxer .m (m-file) que contingui la funció que volem integrar, en el nostre cas:

$$g(x) = e^{x^2} \sin x^2,$$

llavors invoquem l'editor amb la comanda:

```
>> edit g.m
```

i dintre de la finestra de l'editor, escrivim el codi següent,

```
function y=g(x)
% g.m
% declara la funció g(x) = exp(x^2) * sin(x^2)

y=exp(x .^ 2) .* sin(x .^ 2);
```

per últim, guardem el fitxer amb el nom `g.m`.

Observación 1. Per tal que el sistema reconegui la nova funció, hem de guardar el fitxer que la conté amb el mateix nom, afegint l'extensió `.m`.

Observación 2. Cal fixer-se en l'ús del punt, `.`, davant dels operadors `*`, `^`, `/`. Això permet que l'argument `x` que passem a la funció pugui ser un vector i, quan aquest és el cas, torni un vector, `y`, amb les seves components donades pel valor de la funció g a cadascuna de les components de `x`. Provem-ho!

```
>> format long              % sortida amb 14 decimals...
>> x=[0.5,0.7,0.1,1.2]

x =
0.50000000000000 0.70000000000000 0.10000000000000
1.20000000000000

>> y = g(x)

y =
0.31767297187199 0.76821027079269 0.01010033332999
4.18464410293896
```

Ara ja podem fer els apartats b), c) i d). Els apartats b) i c) els podem fer de manera interactiva, amb la línea de comandes del programa o bé escrivint un parell de funcions (de programes, de fet) com són `trapezis.m` i `simpson.m`.

En canvi, a l'apartat d) s'ha de fer servir quadratura adaptativa. MATLAB ofereix aquest mètode d'integració numèrica a la funció `quad`. Per entendre com funciona, podeu fer:

```
>> help quad
```

a la línea de comandes. Llegiu la informació que us dóna per familiaritzar-vos amb el seu ús. Així, una manera de procedir seria.

```
>> a=0,b=pi/2,tol=1.e-12;
a =
0

b =
1.57079632679490

>> tol = 1.e-12

tol =
1.e-12

>> Q = quad(@g,a,b,tol)

Q =
3.51625652490248
```

a) Cal primer declarar `x` com una variable simbòlica. Això s'aconsegueix amb la comanda `syms`,

```
>> syms x
```

en segon lloc, definim `f` com una funció d'aquesta variable

```
>>  f = exp(x) * sin(x)

f =
exp(x)*sin(x)
```

MATLAB té una funcio, `int`, que integra les funcions definides simbòlicament. En el nostre cas podriem fer:

```
>> I = int(f,x,0,pi/2)

I =
1/2*exp(pi)^(1/2)+1/2
```

Observem que el que ens surt és una expressió analítica, com si haguéssim primitivitzat i aplicat la rega de Barrow "a mà", i. e.:

$$I=\int_0^{\pi/2} f(x)\,dx=\frac{e^{\pi/2}}{2}+\frac{1}{2},$$

(comproveu-ho!). Cal doncs, avaluar aquesta expressió (avaluar la variable `I`). Això ho podem aconseguir amb la funció `subs`:

```
>> valorI=subs(I)

valorI =
2.90523869048268
```

I obtenim així el resultat numèric (que de fet, és el que ens demanaran).