

## PROBABILITAT, PROCESSOS ESTOCÀSTICS I ESTADÍSTICA

Examen Parcial

4 de novembre de 2014

1. El acceso a un sistema informático se hace mediante una palabra clave fijada por el sistema. La clave consiste en una secuencia de 10 letras tomadas, con repetición, en el conjunto  $\{a, b, c\}$ . Cuando un usuario introduce una clave de este tipo, consigue acceso total si tiene 8 o más letras correctas o acceso limitado si tiene 6 o 7 letras correctas. Con menos letras correctas se deniega el acceso.
  - (a) Un usuario introduce una clave al azar. Calcula las probabilidades de cada tipo de acceso.
  - (b) Si un usuario está dentro del sistema, ¿qué probabilidad hay de que esté con acceso total?
  - (c) Desde una dirección determinada, el sistema permite hasta 10 intentos de acceso antes de bloquear la dirección. ¿Qué probabilidad tiene un usuario de acceder si no conoce la clave y las introduce al azar?
  - (d) En la cuestión anterior, si no se limita el número de intentos, ¿cual es el valor medio y la desviación estandard del número de intentos necesarios para acceder al sistema?
  - (e) Un hacker consigue descubrir el número de  $a$ 's, de  $b$ 's y de  $c$ 's en la clave de acceso. Si estos valores son  $n_a, n_b, n_c$ , calcula la probabilidad que tiene este hacker de acertar la palabra clave (si hace una elección al azar compatible con la información que tiene). Compara su valor para  $n_a = 4, n_b = 3, n_c = 3$  con la probabilidad de acertar la clave introduciendo las letras totalmente al azar
  
2. Dados  $a, b > 0$  decimos que  $X$  es una variable aleatoria de Pareto ( $X \sim \text{Pareto}(a, b)$ ) si su función de distribución es:

$$F_X(x) = 1 - \frac{a^b}{x^b}, \quad x \geq a.$$

- (a) A una línea de comunicación llegan perturbaciones de energia  $X \sim \text{Pareto}(1, 4)$ . Calcula la probabilidad que en una secuencia de 20 perturbaciones independientes haya alguna con energia mayor que 6.
- (b) Con las perturbaciones anteriores la línea puede interrumpirse con probabilidad 0,05 si  $X < 6$ , y probabilidad 1 si  $X > 6$ . Si la línea se interrumpe, cual es la probabilidad que haya sido por una perturbación con  $X < 6$ ? Comparad con la probabilidad a priori.
- (c) Calcula la función de densidad y la esperanza de una variable  $X$  de Pareto en función de  $a$  y  $b$ , indicando para que valores de  $b$  es  $\overline{X}$  finita. Calcula la esperanza y la desviación estándar de una variable  $X \sim \text{Pareto}(1, 5)$ .
- (d) Dada  $X \sim \text{Pareto}(2, 3)$  calcula la densidad y la esperanza de la variable  $Y = \ln X$ .