

## PROBABILITAT, PROCESSOS ESTOCÀSTICS I ESTADÍSTICA

Examen Parcial

12 de novembre de 2013

1. Un centre de recerca espacial rep senyals de deu satèl·lits. D'aquests, tres són ràpids i set són lents. En els ràpids, un senyal triga en enviar-se 1 segon amb probabilitat  $2/3$  i 2 segons amb probabilitat  $1/3$ . En els lents, el senyal triga en enviar-se 2 segons amb probabilitat  $1/3$  i 3 segons amb probabilitat  $2/3$ .
  - (a) Es tria un satèl·lit a l'atzar i s'envia el senyal. Quin és el temps mitjà que triga en arribar?
  - (b) Es trien dos satèl·lits diferents a l'atzar i es considera el mínim dels dos temps de transmissió ( $T_m$ ). Calcula la probabilitat que  $T_m = 2$ .
  - (c) Si  $T_m = 2$ , quina és la probabilitat que haguem triat dos satèl·lits ràpids? Compara amb el seu valor a priori.
  - (d) Si, de manera independent, cada dia durant 10 dies es tria un satèl·lit a l'atzar i es transmet el senyal, quina és la probabilitat que el temps de transmissió valgui 1 segon en tres o més dies?
2. En l'accés a una xarxa de comunicació els usuaris pateixen un temps d'espera  $T$  donat per una variable aleatòria amb funció de distribució

$$F_T(t) = 1 - e^{-\alpha\sqrt{t}}, \quad t \geq 0,$$

on  $t$  s'expressa en segons i  $\alpha$  és un paràmetre positiu.

- (a) Determina el valor de  $\alpha$  sabent que en 10.000 usuaris n'hi ha 18 que s'esperen més de 10 segons.
- (b) Troba la funció de densitat, l'esperança i la desviació de la variable  $T$ .
- (c) Troba la funció de densitat de la variable  $Z = \sqrt{T}$ . De quin tipus de variable es tracta? Quin és el seu valor mitjà?
- (d) La tarifa per connexió és  $Z$  on

$$Z = \begin{cases} 3(1 - T) & \text{si } T < 1 \\ 0 & \text{si } T \geq 1 \end{cases}$$

Calcula el valor mitjà de la variable  $Z$  i la seva funció de distribució. Es tracta d'una variable contínua?

*Indicació: Arrodoneix el valor de  $\alpha$  obtingut en el primer apartat per utilitzar-lo en els altres apartats.*