

## PROBABILITAT, PROCESSOS ESTOCÀSTICS I ESTADÍSTICA

Examen Parcial

2 de maig de 2013

1. A un compte de correu arriben un 40% de missatges d'spam. El sistema disposa d'un filtre que desvia els missatges d'spam a la carpeta d'spam ( $C_S$ ) deixant la resta en la carpeta d'entrada ( $C_E$ ). El filtre, però, pot fallar i hi ha una probabilitat 0,07 que un missatge d'spam ( $S$ ) vagi a  $C_E$ , i una probabilitat 0,05 que un missatge bo ( $B$ ) vagi a  $C_S$ .
  - (a) Amb 6 missatges entrants, (abans de l'acció del filtre) quina és la probabilitat que hi hagi 3 o més missatges d'spam? Si hi ha 3 missatges d'spam, quina és la probabilitat que en els tres primers entrants n'hi hagi un d'spam?
  - (b) Quin tant per cent de missatges d'spam conté la carpeta d'entrada? Quin tant per cent de missatges bons conté la carpeta d'spam?
  - (c) Siguin  $N$  i  $M$  el nombre de missatges que cal obrir fins a trobar-ne un d'spam en  $C_E$  i un de bo en  $C_S$ , respectivament. Digues quin tipus de variable són i què valen les seves esperances i desviacions. Si la llista de missatges es visualitza a 20 per pàgina. Quina és la probabilitat en cada cas que la primera pàgina no mostri cap missatge anòmal?
  - (d) L'usuari rep uns 40 missatges diaris. La carpeta d'spam els manté durant un més. És un valor acceptable una quota de 500 missatges en  $C_S$ ? Quants mesos haurien de passar fins que notéssim problemes amb la quota?

$x$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\text{erf}(x)$	0.112	0.223	0.329	0.428	0.520	0.604	0.678	0.742	0.797	0.843

2. L'ocupació d'ample de banda en una línia de comunicació es descriu amb una variable aleatòria  $X$  amb valors en l'interval  $\Omega_X = [0, 1]$  i funció de densitat

$$f_X(x) = Kx(x+a)(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1,$$

on  $K$  i  $a$  són constants positives.

- (a) Calcula el valor de  $K$ , en funció de  $a$ . Quins valors pot tenir l'esperança,  $m$ , de  $X$ ?
- (b) Per  $a = 1$ : Calcula la desviació estàndard,  $\sigma$ , de  $X$ . Calcula la probabilitat que  $X \in (m - \sigma, m + \sigma)$  i compara-la amb el valors que tindria si  $X$  fos uniforme o gaussiana.
- (c) Per  $a = 1$ : Calcula la funció de densitat i l'esperança de la variable  $Y = X^2 + 1$ .