

PROBABILITAT, PROCESSOS ESTOCÀSTICS I ESTADÍSTICA

Examen Parcial

6 de novembre de 2012

1. A un node d'una xarxa arriben paquets de dades de forma independent. La mida d'un paquet és una variable aleatòria X geomètrica de valor mitjà 25.
 - (a) En 10 paquets rebuts, quants s'espera que tinguin mida més gran o igual que 40? Quina és la probabilitat que hi hagi tres o més paquets d'aquest tipus?
 - (b) La probabilitat que un paquet sigui defectuós val 0,07 si $X \leq 30$ i 0,2 si $X > 30$. Quan arriba un paquet, quina és la probabilitat que sigui defectuós? Si un paquet és defectuós, quina és la probabilitat que la seva mida valgui 25? Compara amb la probabilitat a priori i comenta-ho.
 - (c) Raona utilitzant l'esperança i la desviació: en un total de 1000 paquets, seria normal tenir-ne 140 defectuosos?
 - (d) Un test per detectar si un paquet és defectuós té probabilitat ϵ de fallar (sobre paquets defectuosos i sobre paquets no defectuosos). Quin és el màxim valor que pot tenir ϵ si la probabilitat que un paquet que passa el test com a no defectuós sigui realment defectuós no ha de ser superior a 0,01?

2. Un tipus de variable aleatòria contínua X pren valors en $[0, a]$ amb funció de densitat $f_X(x) = K \sin \frac{\pi x}{a}$, per $0 < x < a$, on a i K són constants.
 - (a) Calcula, en funció de a , el valor de la constant K , l'esperança i la desviació estàndard de X , i la funció de distribució de X .
 - (b) Troba les funcions de densitat de les variables $U = \sin \frac{\pi X}{a}$ i $V = \cos \frac{\pi X}{a}$. Alguna d'elles és de tipus conegut?
 - (c) Per $a = \pi$, considera la variable:

$$W = \begin{cases} X & \text{si } X < \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } X > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Explica, sense càlculs, si es tracta d'una variable discreta, contínua o mixta. Troba'n l'esperança.

JUSTIFICA TOTES LES RESPOSTES!!