

## PROBABILITAT, PROCESSOS ESTOCÀSTICS I ESTADÍSTICA

Examen Parcial

19 d'abril de 2012

1. Disposem de dos canals de comunicació paral·lels, independents, dedicats a transmetre seqüències de bits. Quan es transmet un bit la probabilitat que surti canviat val 0,05 en el canal  $A$  i 0,1 en el canal  $B$ .
  - (a) Enviem una paraula de dos bits. Calcula la probabilitat que la sortida dels dos canals sigui la mateixa. Calcula la probabilitat que la paraula de sortida sigui correcta si la sortida dels dos canals coincideix. És un bon criteri de correcció acceptar les paraules quan la sortida dels canals coincideix?
  - (b) Sigui  $N$  el nombre de vegades que s'ha d'enviar una paraula de 32 bits pel canal  $A$  fins que aquesta arriba correctament. Digues el tipus de variable que és i el valor de la seva esperança. Compara amb el canal  $B$ .
  - (c) Enviem paraules de 4 bits. La paraula s'intenta enviar pel canal  $A$  però hi ha una probabilitat  $\frac{1}{3}$  que s'hagi d'enviar pel canal  $B$ . Calcula la probabilitat que una paraula arribi amb exactament un bit canviat. Si una paraula arriba amb un bit canviat, calcula la probabilitat que s'hagi transmès pel canal  $A$ .
  - (d) Una paraula de 4 bits s'envia pel canal  $A$  i la sortida s'envia pel canal  $B$  (canals en sèrie). Calcula la probabilitat que la sortida final tingui exactament dos bits canviats (negligeix els termes amb més de dos canvis).
  - (e) Una seqüència de 800 bits surt del canal  $A$  amb 62 bits canviats. Calcula el valor mitjà i la desviació típica de la variable que dona el nombre de bits canviats i digues si el valor observat indica que no hi ha cap anomalia en el canal. Conclouríem el mateix si a l'enviar 80 bits n'arribessin 6 canviats?
  
2. La variació en el voltatge que proporciona una font d'alimentació quan aquesta es desajusta ve donada per una variable aleatòria  $X$  amb funció de densitat  $f_X(x) = Kx^3(4 - x^2)$ , per  $0 < x < 2$ .
  - (a) Calcula, el valor de la constant  $K$ , l'esperança i la desviació estàndard de  $X$ , i la funció de distribució de  $X$ .
  - (b) La probabilitat que una font d'alimentació estigui desajustada val 0,1. Només podem detectar que una font està desajustada si  $X > 1$ . Calcula la probabilitat que una font aparentment correcta estigui desajustada.
  - (c) L'energia associada a aquesta variació de voltatge és la variable  $Y = X^2$ . Un factor de cost associat a  $X$  és la variable:

$$Z = \begin{cases} 1 & \text{si } X < 1, \\ X & \text{si } X > 1 \end{cases}$$

Si alguna d'aquestes variables és contínua, raona-ho i troba'n la densitat. Si alguna no és contínua, raona-ho i troba'n l'esperança.

JUSTIFICA TOTES LES RESPOSTES!!