

## PROBABILITAT, PROCESSOS ESTOCÀSTICS I ESTADÍSTICA

Examen Parcial

7 de novembre de 2011

1. Un centre de càlcul ofereix ordinadors als quals els usuaris s'hi poden connectar remotament.

En la zona 1 tenim 5 ordinadors als quals es connecten 3 usuaris. A cada usuari se li assigna a l'atzar un ordinador. En la modalitat *A* l'assignació es fa de forma independent, de manera que un ordinador pot quedar amb més d'un usuari. En la modalitat *B* l'assignació es fa de manera que als usuaris els corresponen ordinadors diferents.

En la zona 2 tenim 30 ordinadors independents. En cadascun el nombre d'usuaris connectats és una variable de Poisson que en condicions normals té paràmetre  $\alpha = 3$ .

- (a) Calcula la probabilitat que dos ordinadors fixats quedin sense usuaris en cadascuna de les dues situacions: zona 1 mode A, zona 1 mode B. Calcula la probabilitat que en la zona 2 hi hagi com a mínim dos ordinadors no ocupats.
- (b) Considera la variable que dóna el nombre d'ordinadors desocupats en la zona 2. Troba la seva esperança i la seva desviació. Si s'observa que hi ha 5 ordinadors desocupats, podem sospitar que no ens trobem en condicions normals?
- (c) En cada ordinador de la zona 2 s'encén un indicador quan el seu nombre d'usuaris és igual o superior a 4. Calcula la probabilitat que un ordinador amb l'indicador encès tingui 5 usuaris.
- (d) Anem inspeccionant ordinadors de la zona 2 fins que en trobem un amb 5 usuaris connectats. Sigui  $N$  el nombre d'ordinadors inspeccionats. Troba el seu valor mitjà i la seva desviació. (Fes-ho com si hi hagués un nombre indefinit d'ordinadors.)
2. El temps en segons que tarda una línia de comunicació en transmetre un paquet de dades és una variable aleatòria  $X$  amb funció de densitat  $f_X(x) = Kxe^{-\alpha x}$ , per  $0 < x < \infty$  ( $\alpha$  i  $K$  són constants).

- (a) Calcula, en funció de  $\alpha$ , el valor de  $K$ , l'esperança i la desviació estàndard de  $X$ , i la funció de distribució de  $X$ .
- (b) 5 línies amb  $\alpha = 1$  transmeten un paquet de manera independent. Calcula la probabilitat que en alguna el temps de transmissió sigui més gran que 4.
- (c) El factor de velocitat d'una transmissió és la variable  $Y$  definida:

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si } X < 1, \\ \frac{1}{X} & \text{si } X > 1 \end{cases}$$

Raona si es tracta d'una variable discreta, contínua o mixta. Calcula el seu valor mitjà en funció de  $\alpha$ . Discuteix a partir d'aquest resultat si és cert que com més ràpida és la línia, més gran és el factor de velocitat.

- (d) Un sistema té tres línies:  $L_1$  amb  $\alpha = 1$ ,  $L_2$  amb  $\alpha = 2$ , i  $L_3$  amb  $\alpha = 3$ . Per transmetre un paquet es tria una línia a l'atzar i resulta que passat 1 segon encara no ha arribat. Quina és la probabilitat que s'estigui transmetent per  $L_3$ ? Compara amb la probabilitat a priori.

JUSTIFICA TOTES LES RESPOSTES!!