

ETSETB

Fonaments d'Àlgebra

13 de gener de 2003

Temps: 1h 45min

Codi: 230-33333-00-0-grup de teoria

Publicació de les notes (al mòdul B3): 22 de gener

Data límit per a les sol·licituds de revisió: 24 de gener

1. Considereu l'aplicació $f : \mathbb{R} - \{3\} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida per la fórmula

$$f(x) = \frac{2x}{x-3}.$$

Aleshores:

- (a) $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$
(b) $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$
(c) $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$
(d) $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
2. De quantes maneres distintes es poden alinear 10 nens, si un fixat d'ells no pot encapçalar la fila ?

- (a) $9 \cdot 9!$
(b) $10!$
(c) $9!$
(d) $10!/2$

3. Sigui $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -2x + z = 0\}$. Quin dels conjunts següents constitueix una base de T ?

- (a) $\{(1, 0, 2)\}$
(b) $\{(2, 0, 4), (0, 2, 0)\}$
(c) $\{(2, 0, 4), (0, 1, 0), (2, 2, 4)\}$
(d) $\{(-2, 0, 1)\}$

4. El residu de dividir $x^{19} + 2a^{19}$ per $x + a$ val:

- (a) $2a^{19}$
(b) a^{19}
(c) $-a^{19}$
(d) 0

5. Sigui $f : A \longrightarrow B$, on A i B són conjunts finits tals que $\text{card}(A) < \text{card}(B)$. Llavors:

- (a) f pot ser injectiva.
(b) f pot ser exhaustiva.
(c) Cap de les altres.
(d) f no és aplicació.

6. Siguin C_1, C_2 i C_3 les columnes d'una matriu quadrada d'ordre 3. Si $\det(C_1 + C_3, \lambda C_2, 2C_3) = \det(C_2, C_1, -C_3) + \det(\lambda C_2, C_1, -\lambda C_3)$ i $\det(C_1, C_2, C_3) = 1$, llavors λ val:

- (a) 0
(b) -1
(c) 1/2
(d) 1

7. Indiqueu quina de les proposicions lògiques següents NO és equivalent a les altres tres.

- (a) $\neg(p \wedge \neg q)$
(b) $\neg p \vee q$
(c) $p \rightarrow q$
(d) $\neg p \rightarrow q$

8. Sigui X un conjunt. Recordeu que donats $A, B \in \mathcal{P}(X)$, $A - B$ denota el conjunt dels elements de X que pertanyen a A però no a B . Quin dels conjunts següents correspon a $X - (A \cup B)$?

- (a) $\overline{A} \cap B$
(b) $\overline{A} \cap \overline{B}$
(c) $A \cap \overline{B}$
(d) $\overline{A} \cap \overline{B}$

9. Quin dels enunciats següents és el teorema contrarecíproc de: "Si a és múltiple de 3 i b és múltiple de 5, aleshores $a \cdot b$ és múltiple de 15" ?

- (a) Si a no és múltiple de 3 o b no és múltiple de 5, aleshores $a \cdot b$ no és múltiple de 15.
(b) Si $a \cdot b$ no és múltiple de 15, llavors a no és múltiple de 3 i b no és múltiple de 5.
(c) Si a no és múltiple de 3 i b no és múltiple de 5, aleshores $a \cdot b$ no és múltiple de 15.
(d) Si $a \cdot b$ no és múltiple de 15, llavors a no és múltiple de 3 o b no és múltiple de 5.

10. Sigui \mathcal{M}_n el conjunt de totes les matrius quadrades d'ordre n (amb elements reals) tals que el seu determinant és diferent de zero, i siguin $+$ i \bullet la suma i el producte de matrius. Aleshores:

- (a) (\mathcal{M}_n, \bullet) és grup commutatiu.
(b) (\mathcal{M}_n, \bullet) no té estructura de grup.
(c) $(\mathcal{M}_n, +, \bullet)$ és anell.
(d) (\mathcal{M}_n, \bullet) és grup amb element neutre la matriu identitat d'ordre n .

11. El sinus de l'angle format per les rectes en el pla donades per les equacions

$$-2x + y = 1, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}$$

val:

- (a) $8/\sqrt{65}$
(b) $1/\sqrt{65}$
(c) 1
(d) $8/\sqrt{13}$

Segueix al darrera \longrightarrow

12. Indiqueu quina de les proposicions següents és CERTA:

- (a) Tot sistema de dues equacions amb tres incògnites té solució.
- (b) El subespai de les solucions de l'equació $x + y + z = 0$ té dimensió 1.
- (c) Tot sistema compatible determinat té tantes equacions com incògnites.
- (d) El sistema

$$\begin{array}{rcccc} x & + & 2y & + & 3z & = & a \\ 2x & + & y & & & = & b \\ & & & & z & = & c \end{array}$$

té solució única per a qualssevol $a, b, c \in \mathbb{R}$.

13. Si A i B són matrius quadrades del mateix ordre, indiqueu quina de les proposicions següents és FALSA:

- (a) AA^t és una matriu simètrica.
- (b) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
- (c) $A + B + A^t + B^t$ és una matriu simètrica.
- (d) Si $AB = BA$, aleshores $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

14. Sigui $(K, +, \bullet)$ un cos. Indiqueu quina de les proposicions següents és FALSA:

- (a) Per a tot $x \in K$ existeix l'invers x^{-1} respecte de l'operació \bullet .
- (b) $(K, +, \bullet)$ té estructura d'anell.
- (c) Existeix l'element neutre de l'operació \bullet .
- (d) L'operació \bullet és distributiva respecte de l'operació $+$.