

FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

5 de noviembre de 2004

GRUPO 20

Justificad las respuestas y detallad los cálculos

Tiempo 1 h. 15 m.

Elegid 4 de los 5 ejercicios

1) Demostrad por inducción para todo $n \geq 0$, cuando $\sin \alpha \neq 0$:

$$\cos \alpha \cos(2\alpha) \cos(2^2 \alpha) \dots \cos(2^n \alpha) = \frac{\sin(2^{n+1} \alpha)}{2^{n+1} \sin \alpha}$$

2) Resolved

$$\frac{2}{x+1} + 2x - 3 > 0$$

3)

a) Definid $|x|$ de tres formas. Más concretamente, mediante el uso de:

i) Dos intervalos.

ii) La función raíz cuadrada.

iii) La función máximo.

b) Dibujad en el intervalo $[-4,4]$ la gráfica de la función $|x - 2| + |x + 2|$

4) Sea $a > 0$. Hallad

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a + 3a + 5a + 7a + \dots + (2n - 1)a}{n^2 a + 1}$$

5) Sea $a \in \mathbf{R}^+$. Calculad

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 - a^n}{1 + a^n} \right)$$

(Si se considera conveniente, para este ejercicio se pueden distinguir varias situaciones para los valores de a , siendo una de ellas: $0 < a < 1$.)