Quadrimestre 0 | **Dep. de Matemàtica Aplicada IV**
ETS d'Enginyeria de Telecomunicació | **20/11/2001**

Fonaments de Càlcul (Funcions reals)

Temps: 50m. **Codi de la prova: 230-00002-04-0-10**

1. Quin és el domini de la funció $f(x) = \ln(x^2 - 2x) + \sqrt{\ln(x^2 - 1)}$?

   (a) $(-\infty, 0] \cup (\sqrt{2}, +\infty)$.
   (b) $(-\infty, 0) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$.
   (c) $\left(-\infty, -\sqrt{2}\right) \cup (2, +\infty)$.
   (d) $\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup (2, +\infty)$.

2. Considereu la funció $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$. Quina és la seva funció inversa f^{-1} i quin domini té?

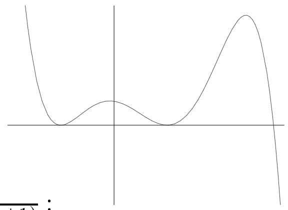
   (a) $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-e^{x}}$, $\mathcal{D}f^{-1} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
   (b) $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-e^{-x}}$, $\mathcal{D}f^{-1} = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$.
   (c) $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-e^{x}}$, $\mathcal{D}f^{-1} = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$.
   (d) $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-e^{-x}}$, $\mathcal{D}f^{-1} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

3. Digueu com ha de ser λ per a que l'equació $x^2 + \lambda(x+1) + 14 = x$, no tingui cap arrel real.

   (a) $\lambda \in (-14, 1)$.
   (b) $\lambda \in (6, 55)$.
   (c) $\lambda \in (-5, 11)$.
   (d) Per a qualsevol valor de λ aquesta equació té almenys una arrel real.

4. Quin dels següents polinomis té una gràfica com la del dibuix?

   (a) $P(x) = 3 - x - 6x^2 + 2x^3 + 3x^4 - x^5$.
   (b) $P(x) = -x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 2x - 3$.
   (c) $P(x) = -x^5 + x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 5x - 3$.
   (d) $P(x) = -x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 4x + 3$.



5. Indiqueu com es faria la descomposició en fraccions simples de: $\frac{x^2}{(x-1)^2(x^2+1)}$:

   (a) $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x^2+1}$.
   (b) $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$.
   (c) $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$.
   (d) $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$.

6. Per a quins valors de a i b és contínua la funció: $f(x) = \begin{cases} ax^3 + 14 - b & (x < -1) \\ ax + b & (-1 \leq x \leq 1) \\ x^2 + a^2 & (x > 1) \end{cases}$.

   (a) $a = 3$, $b = 7$.
   (b) $a \in \{-2, 3\}$, $b = 7$.
   (c) $a = -2$, $b = 7$.
   (d) Cap de les altres és correcta.

7. Per a quin valor de k es compleix $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2 + kx - 1} - \sqrt{x^2 - 1}\right) = 5$?

   (a) $k = 5$.
   (b) $k = -5$.
   (c) $k = -10$.
   (d) $k = 10$.