

# CFIS

## Processos Estocàstics

20 de desembre de 2013

Examen

Temps: 2h

---

1. Calculeu el valor mitjà i l'autocorrelació del procés estocàstic  $X(t) = \cos(t + 2Y)$  en els dos casos següents:

- (a)  $Y$  és una variable aleatòria uniforme en  $[0, \pi]$ ;
- (b)  $Y$  és una variable aleatòria discreta que pren els valors  $0, \pi/2, \pi$  amb la mateixa probabilitat.

Justifiqueu en cada cas si es tracta o no d'un procés estacionari en sentit ampli. **(3 punts)**

---

2. Calculeu el valor mitjà i l'autocorrelació del procés estocàstic  $X(t) = At + B$ , on  $A, B$  són variables aleatòries independents d'esperança 0 i variància  $\sigma^2$ . Determineu la millor estimació lineal de  $X(t_1)$  donat  $X(t_2)$ , on  $t_1 \neq t_2$ , i calculeu l'error quadràtic mitjà d'aquesta estimació. **(3 punts)**

---

3. Sigui  $X(t)$  un procés de Poisson de taxa  $\mu$ . Calculeu les funcions de distribució i de densitat de probabilitat del temps  $T$  transcorregut fins a la quarta transició. (Recordeu que  $F_T(t) = P(T \leq t)$ .) **(2 punts)**

---

4. Escolliu **una** de les qüestions teòriques següents:

- (a) Processos estacionaris.
- (b) Ergodicitat en valor mitjà.
- (c) Processos gaussians.

**(2 punts)**