

ETSETB-FME
Introducció a les Matemàtiques de l'Enginyeria

Control de processos estocàstics

22 de desembre de 2006

temps: 2h 30m

1. Un senyal aleatori S , que segueix una llei gaussiana de valor mitjà 0 i variància σ^2 , és rebut per un receptor a la sortida del qual apareix un senyal $T = S + N$, essent N un soroll també gaussià amb valor mitjà 0 i variància 1, independent de S .

- (a) Quina és la millor estimació en mitjana quadràtica de S donat T i quin és l'error quadràtic mitjà d'aquesta estimació?
- (b) Determineu en quin percentatge es redueix aquest error quadràtic mitjà si es disposa de dos receptors independents que reben els senyals $T_1 = S + N_1$ i $T_2 = S + N_2$, on N_1 i N_2 són dos sorolls gaussians amb la mateixa llei que N , independents entre ells i amb S , es fa servir la millor estimació lineal en mitjana quadràtica de S donats T_1 i T_2 , i el paràmetre σ^2 val 4.

(3,5 punts)

2. El nombre d'usuaris $X(t)$ que arriben a un sistema en $(0, t]$ és un procés de Poisson de taxa μ . Diem $Y(t)$ al nombre d'usuaris que arriben durant l'interval $(t, t + T]$, on $T > 0$ és un valor fixat.

- (a) Calculeu la funció valor mitjà i la funció d'autocorrelació del procés $Y(t)$. Dieu si $Y(t)$ és o no estacionari en sentit ampli. Que podeu afirmar de les variables aleatòries $Y(t + \tau)$ i $Y(t)$ quan $|\tau| > T$?
- (b) Calculeu la millor estimació lineal en mitjana quadràtica de $Y(t + \tau)$, $\tau > 0$, donat $Y(t)$. (Distingiu els casos $\tau < T$ i $\tau > T$.)

(3,5 punts)

3. Calculeu el valor mitjà $m_Z(t)$ i l'autocorrelació $R_Z(t, t + \tau)$ del procés estocàstic $Z(t) = e^{-Xt}$, on X és una variable aleatòria amb funció densitat

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ e^{-(x-a)}, & x \geq a. \end{cases}$$

(Feu els càlculs prenent t i τ positius).

(3 punts)