

ETSETB–FME
Introducció a les Matemàtiques de l'Enginyeria

Control. 22 de desembre de 2005

Temps: 2h 30m

- 1.** Sigui A una variable aleatòria uniforme a l'interval $[0, 1]$. Definim el procés estocàstic:

$$X(t) = \begin{cases} At, & t > 0, \\ 0 & \text{altrament.} \end{cases}$$

Es demana:

- (a) La funció de densitat, $f_X(x; t)$, de primer ordre del procés.
- (b) Les funcions valor mitjà i d'autocorrelació de $X(t)$. ¿És un procés estacionari en sentit ampli?
- (c) Suposant $t_1, t_2 > 0$, trobeu la millor estimació lineal de $X(t_2)$ donada $X(t_1)$ i l'error quadràtic mitjà que s'obté. Interpreteu el resultat obtingut.

(4 punts)

- 2.** Sigui $X(t)$ un procés de Poisson amb valor mitjà $m_X(t) = \lambda t$. Si $X(t_0) = k$, determineu el valor mínim de τ per al qual $X(t_0 + \tau) \geq k + 1$ amb probabilitat més gran o igual a 0,9. (Justifiqueu adequadament els càlculs realitzats.)

(2 punts)

- 3.** Sigui Δ una variable aleatòria exponencial de paràmetre μ . Definim el procés estocàstic (per a $t \geq 0$):

$$X(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \Delta, \\ 0, & \text{altrament.} \end{cases}$$

Calculeu la funció de distribució de primer ordre $F_X(x; t)$ i determineu la funció valor mitjà de $X(t)$.

(2 punts)

- 3.** Processos gaussians: definició i propietats.

(2 punts)