

ETSETB-FME
Introducció a les Matemàtiques de l'Enginyeria

Examen final: Processos Estocàstics

20 de gener de 2003

Temps: 1h 15m

1. Calculeu el valor mitjà $m_Z(t)$ i la funció d'autocorrelació $R_Z(t, t + \tau)$ del procés estocàstic

$$Z(t) = e^{-Xt}, \quad t \geq 0,$$

on X és una variable aleatòria tal que:

$$P(X > x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ e^{-(x-a)}, & x \geq a. \end{cases}$$

Dieu si el procés és estacionari en sentit ampli.

2. Sigui $X(t)$ un procés estocàstic estacionari amb valor mitjà $m_X(t) = 0$ i autocorrelació $R_X(\tau) = \cos \tau$.
- Per a cada t fixat, calculeu la millor estimació lineal no homogènia en mitjana quadràtica de $X(t)$ donats $X(0)$ i $X(\pi/2)$.
 - Calculeu l'error quadràtic mitjà d'aquesta estimació i demostreu que $X(t)$ és una oscil·lació aleatòria.
 - Enuncieu dos criteris suficients d'ergodicitat en valor mitjà. Determineu si $X(t)$ és un procés ergòdic en valor mitjà per aplicació d'aquests criteris, o calculant la variància de la seva mitjana temporal, en cas que no es verifiquin.
-