



Departament de Teoria
del Senyal i Comunicacions



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

“Técnicas recientes de procesamiento geométrico de imágenes y de secuencias de vídeo”

Philippe Salembier

JORNADA CIENTÍFICA RSME
TELECOMUNICACIONES Y MATEMÁTICAS
Junio 2005

Estructura de la Presentación

1. Introducción

1. Necesidad del filtrado basado en regiones
2. Representación de señales y procesamiento geométrico
3. Estrategias clásicas de filtrado
4. Operadores conexos

2. Operadores conexos basados en procesos de reconstrucción

1. Reconstrucción anti-extensiva
2. Reconstrucción auto-dual

3. Operadores conexos basados en técnicas de poda de árboles

1. Representación mediante árboles
2. Técnicas de poda

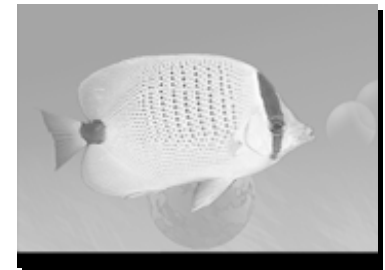
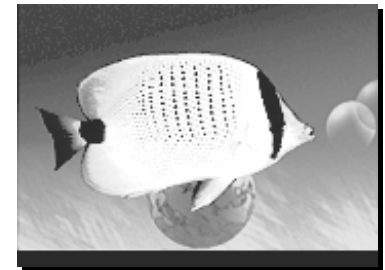
4. Conclusión

Introducción

- Necesidad del filtrado basado en regiones
- Representación de señales y procesamiento geométrico
- Estrategias clásicas de filtrado
- Operadores conexos

Necesidad del filtrado basado en regiones

- Representaciones clásicas:
 - Imagen : conjunto de píxeles o combinación lineal de componentes frecuenciales
 - Vídeo : conjunto de imágenes
- Aplicaciones multimedia:
 - Compresión: noción de objetos, codificación selectiva, interactividad con el contenido
 - Indexación: descripción semántica del contenido, creación de tablas de contenido e índice
 - Una parte importante de la percepción es “geométrica”
- Las regiones (espacial, temporal, espacio-temporal) juegan un papel central

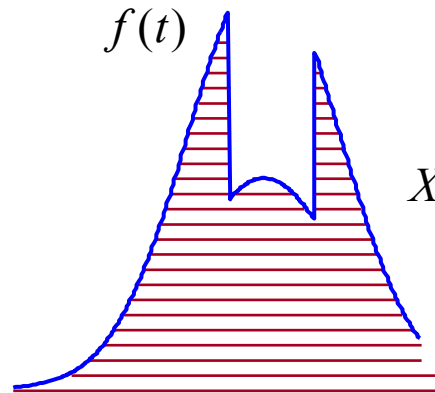


Representación de señales y procesamiento geométrico

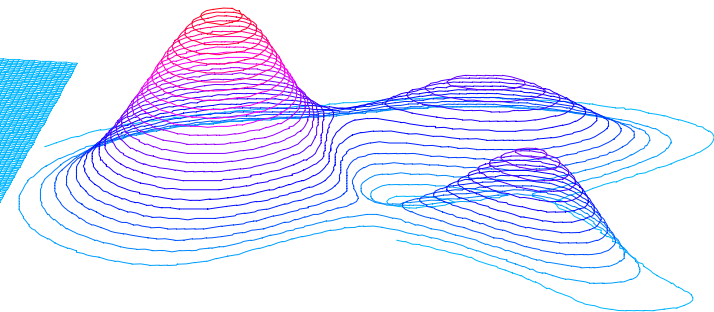
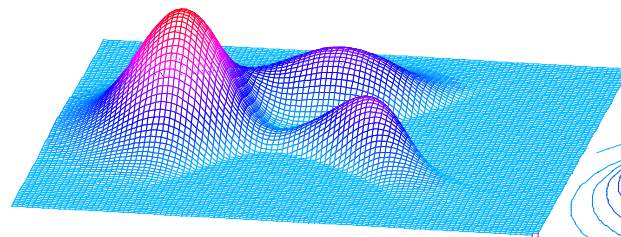
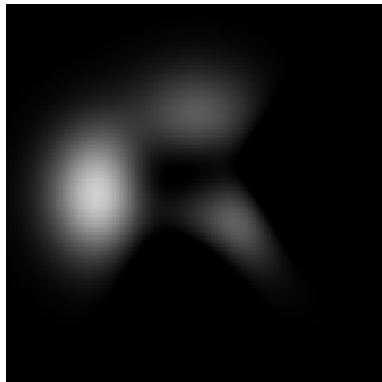
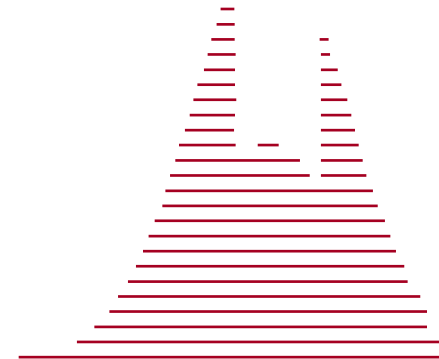
Modelo de imagen	Procesado
Conjunto de píxeles	Procesado individual de los píxeles Histograma, Contraste, Color
Espacio-frecuencial	Filtros lineales Transformadas de Fourier, DCT, Wavelet
Geométrico: regiones	Morfología matemática Difusión EDP Operadores conexos
Objetos:	Segmentación, modelo contorno/textura

Representación de señales y procesado geométrico

Señal o Imagen = apilamiento de sus conjuntos de niveles



$$X_\lambda = \{t / f(t) \geq \lambda\}$$



Morfología matemática: (1960)

- Retículo
- Dilatación / erosión de conjuntos binarios
- Dilatación / erosión de funciones a nivel de gris
- Apertura, cierre, etc.

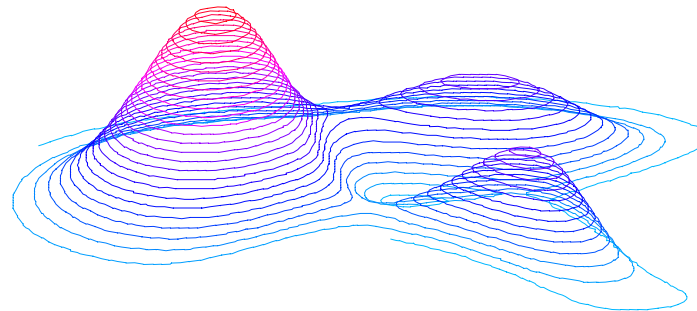
$$X \oplus B = \bigcup_{\substack{p \in X \\ b \in B}} \{p + \vec{b}\}$$

⇓

$$x[n] \oplus b[n] = \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} (x[k] + b[n-k])$$

Difusión mediante EDP: (1980)

- Geometría diferencial
- EDP para transformar las líneas de niveles
- Difusión anisotrópica, filtros de choque.
- Dilatación = Flujo normal de velocidad constante



$$\frac{\partial C}{\partial t} = \beta \vec{N}$$

⇓

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \beta \|\nabla x\|$$

Estrategias clásicas de filtrado



Original



Apertura



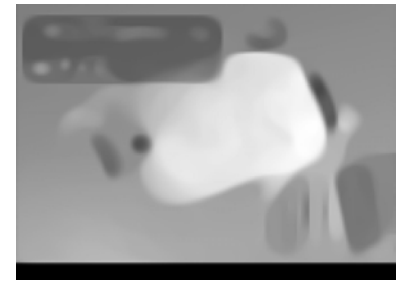
Mediana



Promedio



Cierre



Difusión anisotrópica

Uso de señales externas (respuesta impulsional, ventana o elemento estructurante) o desplazamiento de los contornos:

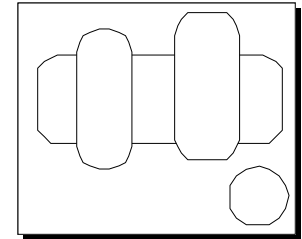
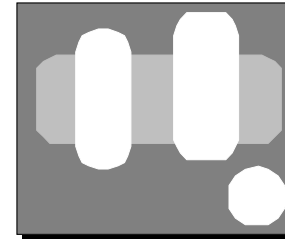
⇒ Distorsión

⇒ Estructuras no presentes en la señal original

Operadores conexos

- **Noción de zona plana:**

- Zonas donde la señal es constante
- Crea una partición del espacio



- **Definición intuitiva de los operadores conexos:**

- Operador que actúa por fusión de las zonas planas
- No puede introducir o desplazar los contornos

- **Definición formal:**

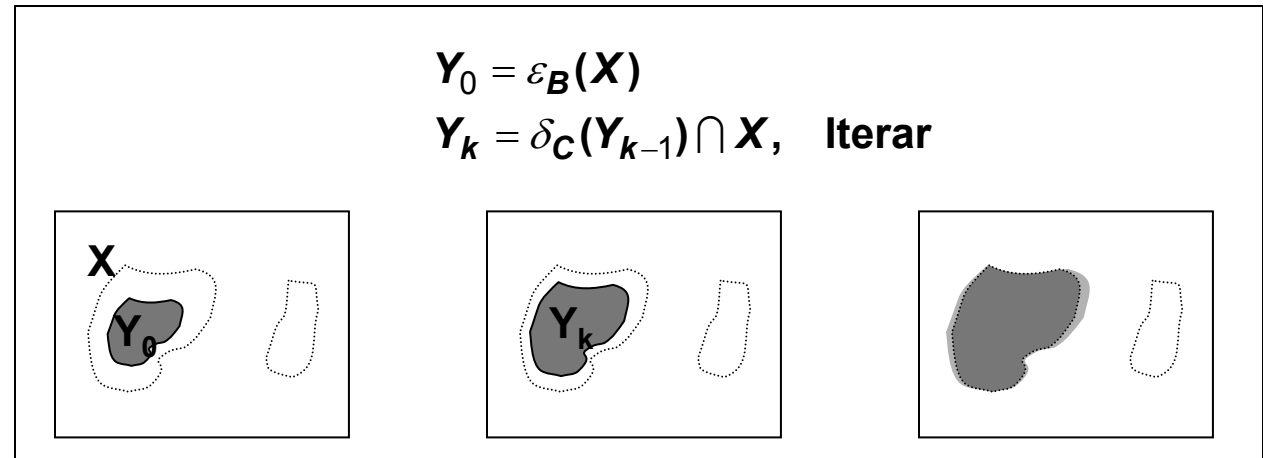
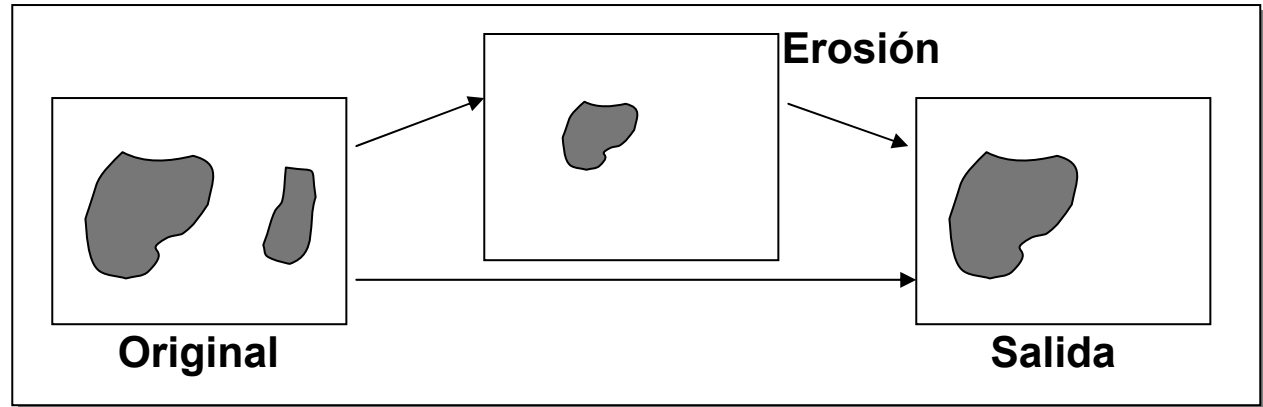
- Un operador ψ es conexo si la partición de zonas planas de su entrada f es siempre “más fina” que la partición de zonas planas de su salida:

$$P_f \subseteq P_{\psi(f)}$$

- Una partición A es “más fina” que una partición B si
 $\forall x,y \in R_A \Rightarrow x,y \in R_B$

Ejemplo 1: filtrar / preservar (binario)

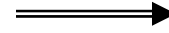
Apertura por
reconstrucción
binaria
(Klein 76)



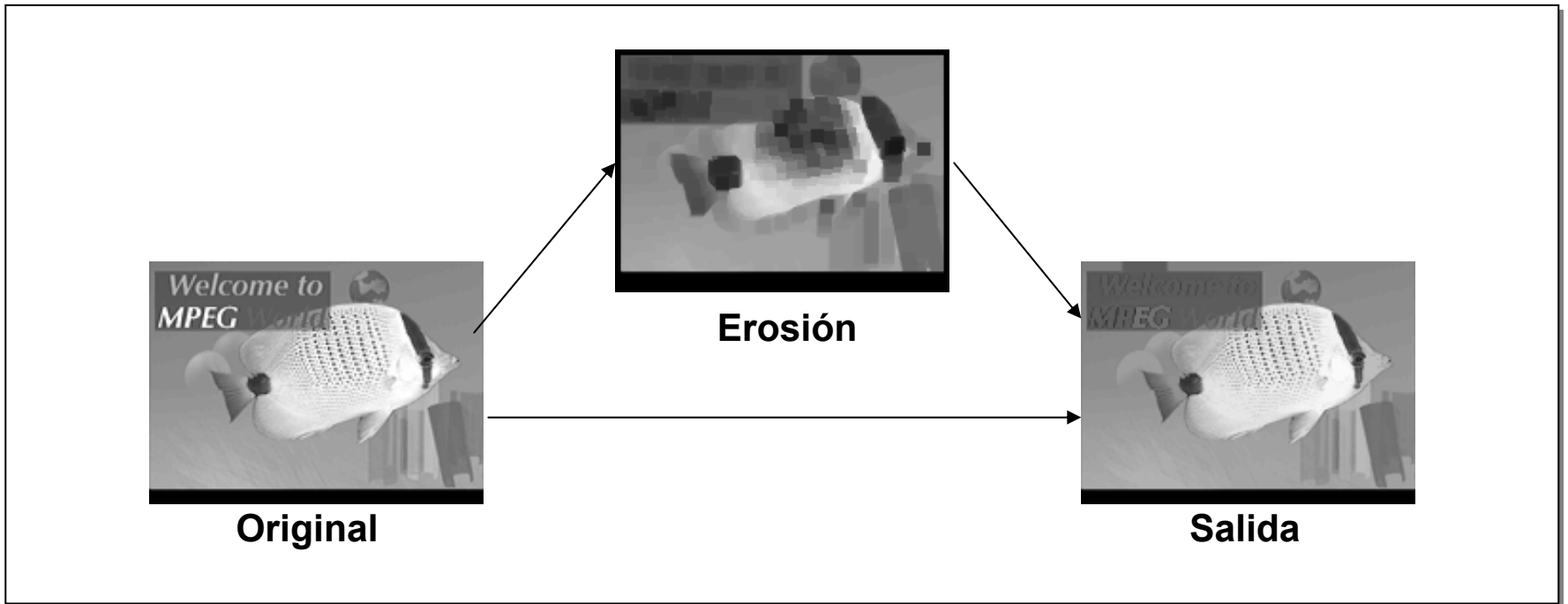
Ejemplo 2: filtrar / preservar (nivel de gris)

Apertura por
reconstrucción
de erosión
(Serra 88)

$$\begin{aligned} Y_0 &= \varepsilon_B(X) \\ Y_k &= \delta_C(Y_{k-1}) \cap X, \text{ Iterar} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} g_0 &= \varepsilon_h(f) \\ g_k &= \delta_C(g_{k-1}) \wedge f, \text{ Iterar} \end{aligned}$$



Operadores conexos basados en procesos de reconstrucción

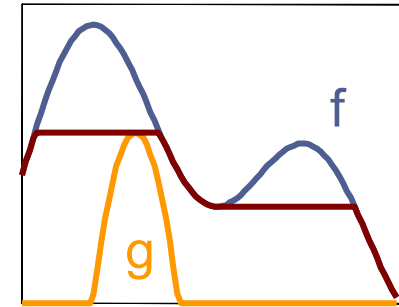
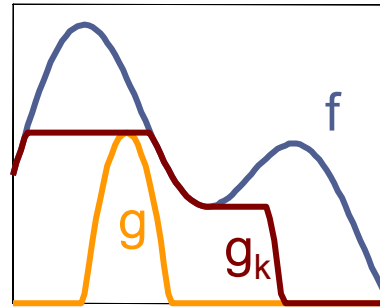
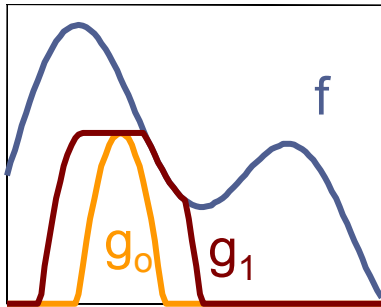
- Reconstrucción anti-extensiva
- Reconstrucción auto-dual

Proceso de reconstrucción

- **Definición:**

Anti-extensivo ($\psi(f) \leq f$), Extensivo ($f \leq \psi(f)$)

$$\begin{array}{l} \mathbf{g}_k = \delta_C(\mathbf{g}_{k-1}) \wedge \mathbf{f} \\ \rho^\downarrow(\mathbf{g}|\mathbf{f}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{g}_k \end{array} \left\| \begin{array}{l} \mathbf{g}_k = \varepsilon_C(\mathbf{g}_{k-1}) \vee \mathbf{f} \\ \rho^\uparrow(\mathbf{g}|\mathbf{f}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{g}_k \end{array} \right.$$

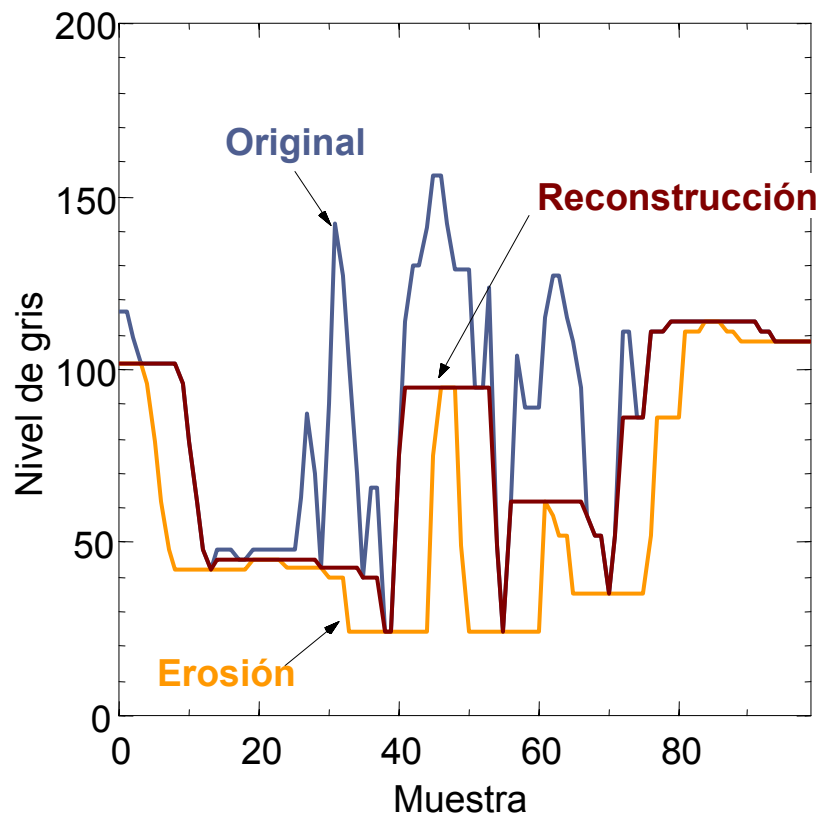


- **Filtrado con reconstrucción:**

$$\psi(\mathbf{f}) = \rho^\downarrow(\alpha(\mathbf{f})|\mathbf{f}), \quad \psi(\mathbf{f}) = \rho^\uparrow(\alpha(\mathbf{f})|\mathbf{f})$$

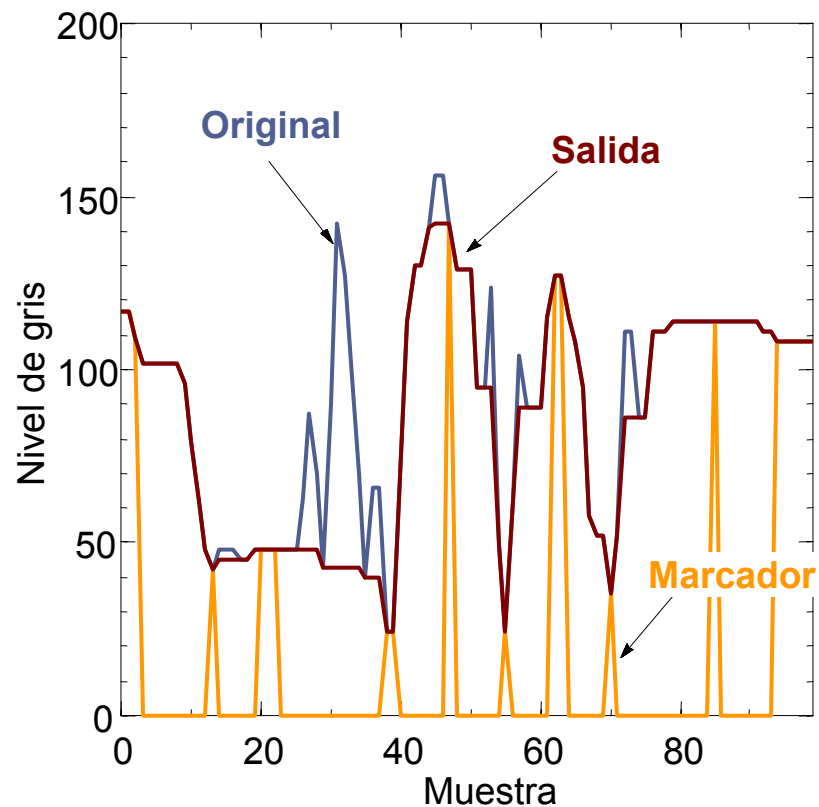
Ejemplo 1: filtros de tamaño

Reconstrucción de erosión



$$\psi(\mathbf{f}) = \rho^\downarrow(\varepsilon_h(\mathbf{f})|\mathbf{f})$$

Reconstrucción del marcador



$$m = \begin{cases} \mathbf{f}, & \text{si } \rho^\downarrow(\varepsilon_h(\mathbf{f})|\mathbf{f}) = \varepsilon_h(\mathbf{f}) \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\psi(\mathbf{f}) = \rho^\downarrow(m|\mathbf{f})$$

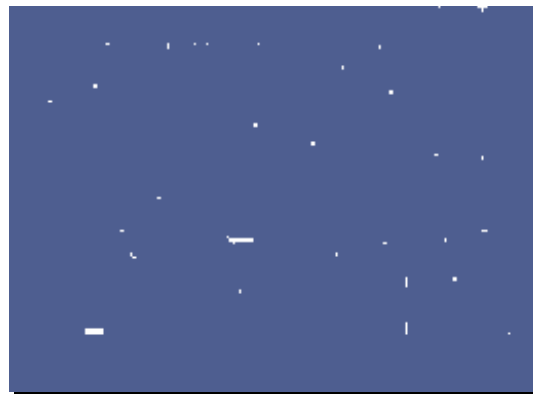
Ejemplo 1: filtros de tamaño



Erosión



Reconstrucción de erosión



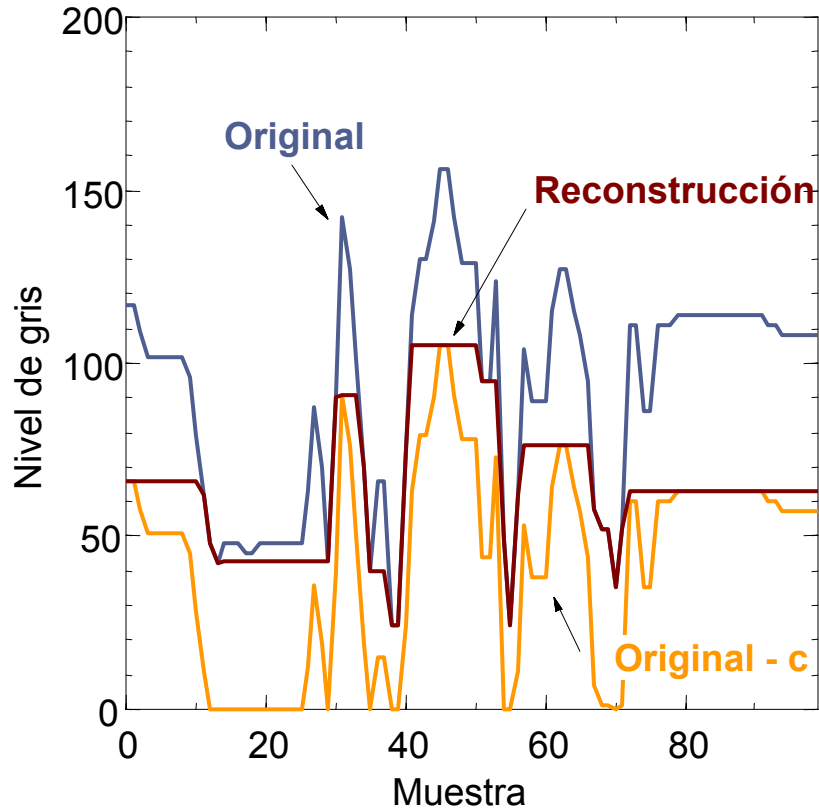
Marcador



Reconstrucción del marcador

Ejemplo 2: filtros de contraste

Reconstrucción de f-c



$$\psi(\mathbf{f}) = \rho^\downarrow(\mathbf{f} - \mathbf{c}\mathbf{f}) \quad \left\| \quad m = \begin{cases} \mathbf{f}, & \text{si } \rho^\downarrow(\mathbf{f} - \mathbf{c}\mathbf{f}) = \mathbf{f} - \mathbf{c} \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \right.$$
$$\psi(\mathbf{f}) = \rho^\downarrow(m\mathbf{f})$$



Reconstrucción de f-c



Reconstrucción del marcador

Tamaño versus contraste



Filtrado de tamaño



Filtrado de contraste

Reconstrucción auto-dual

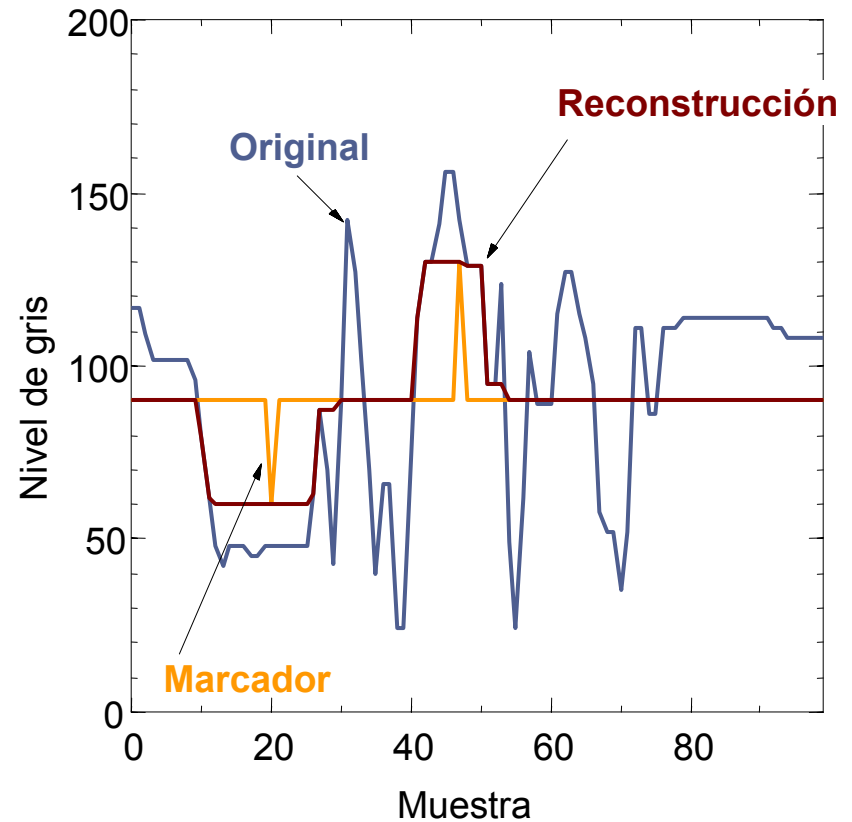
- **Definición (Meyer 98):**

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_k &= \delta_{\mathbf{C}}(\mathbf{g}_{k-1}) \wedge [\varepsilon_{\mathbf{C}}(\mathbf{g}_{k-1}) \vee \mathbf{f}] \\ &= \varepsilon_{\mathbf{C}}(\mathbf{g}_{k-1}) \vee [\delta_{\mathbf{C}}(\mathbf{g}_{k-1}) \wedge \mathbf{f}] \end{aligned}$$

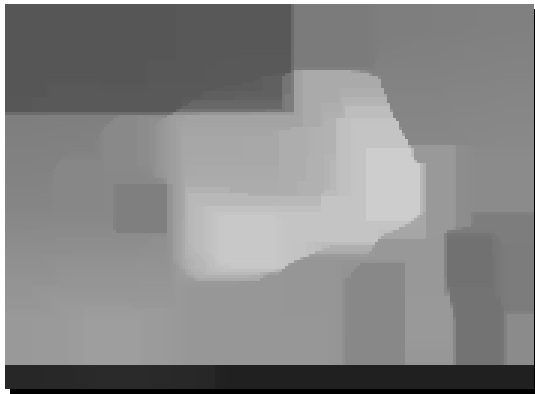
$$\rho^{\downarrow}(\mathbf{g}|\mathbf{f}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{g}_k$$

- **Filtrado:**

$$\psi(\mathbf{f}) = \rho^{\downarrow}(\alpha(\mathbf{f})|\mathbf{f})$$



Filtros con reconstrucción auto-dual



Apertura Cierre



Reconstrucción de Apertura Cierre



Filtro de mediana



Reconstrucción del filtro de mediana

¡Proporciona una versión conexas de cualquier filtro!

Operadores conexos basados en procesos de reconstrucción

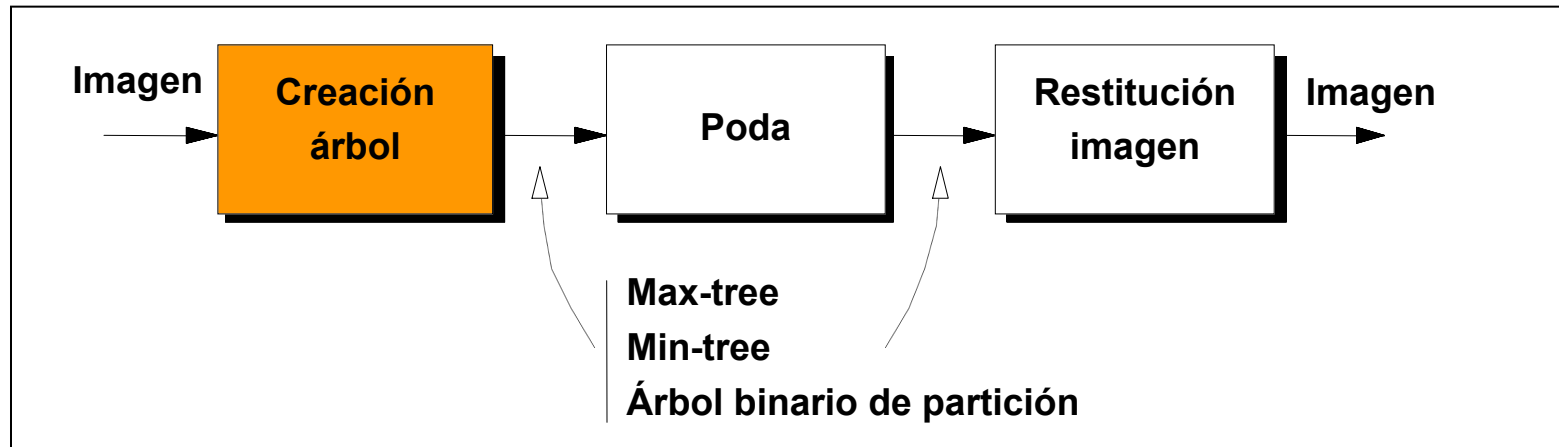
- Trabaja directamente sobre una representación muestreada de la señal
- Implementación “simple” (Implementaciones eficientes a base de colas de tipo FIFO)
- Procesado en dos pasos:
 - Simplificación (casi con cualquier operador)
 - Reconstrucción
- Pueden proporcionar una versión conexas de cualquier filtro
- Pero imponen restricciones en el criterio de simplificación

Operadores conexos basados en técnicas de poda de árboles

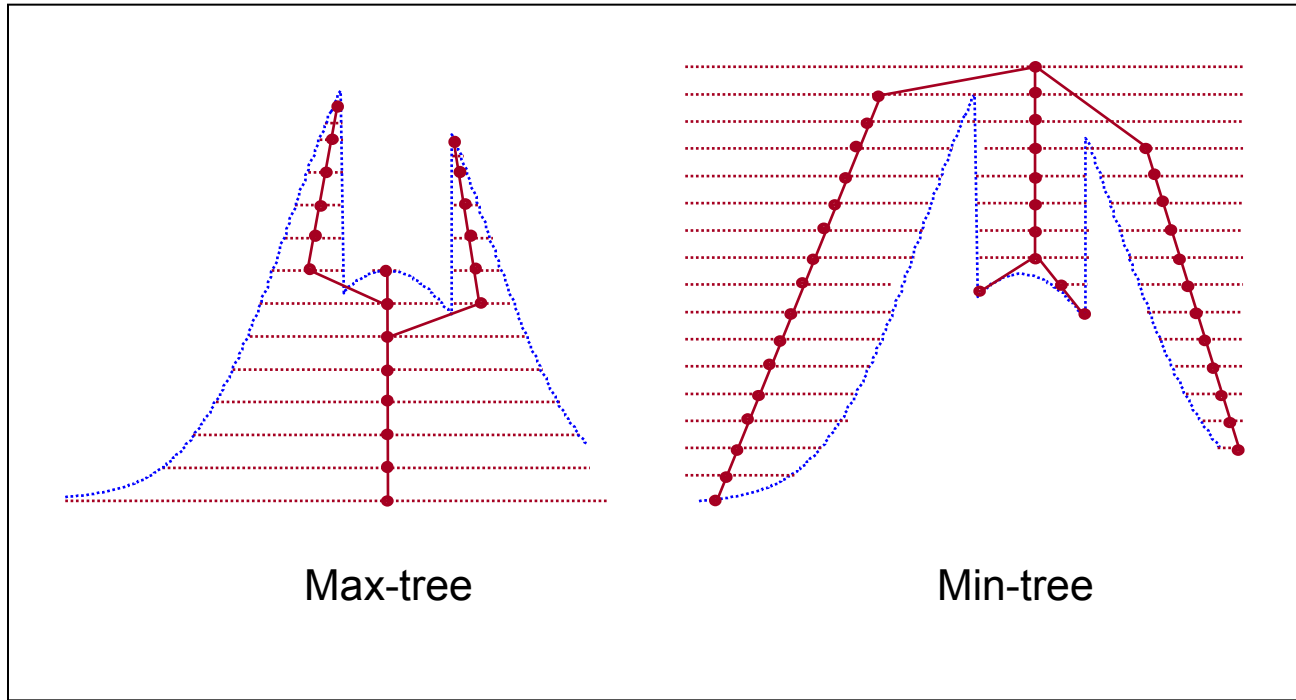
- Representación mediante árboles
- Técnicas de poda

Estrategia de procesamiento

- Creación de una representación jerárquica de regiones (árbol)
- Simplificar el árbol por poda
- Restituir la imagen filtrada a partir del árbol podado



Max-tree, Min-tree



- Representación orientada a los máximos o mínimos ($\text{Árbol}(f) \neq \text{Árbol}(-f)$)
- Nodos: zonas planas; Jerarquía: relación de inclusión
- Existen algoritmos eficientes

Árbol binario de partición

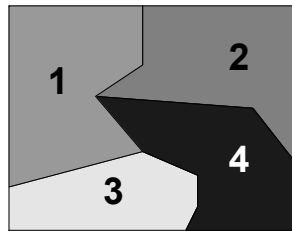
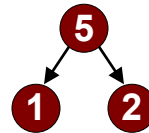
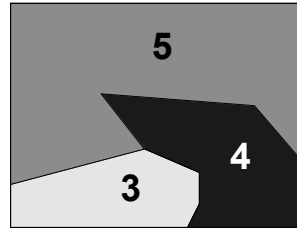
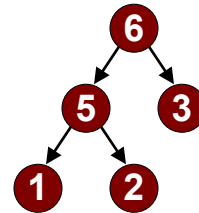
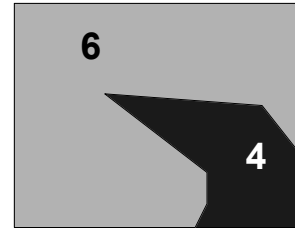


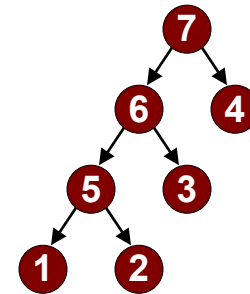
Imagen original



Fusión n°1



Fusión n°2



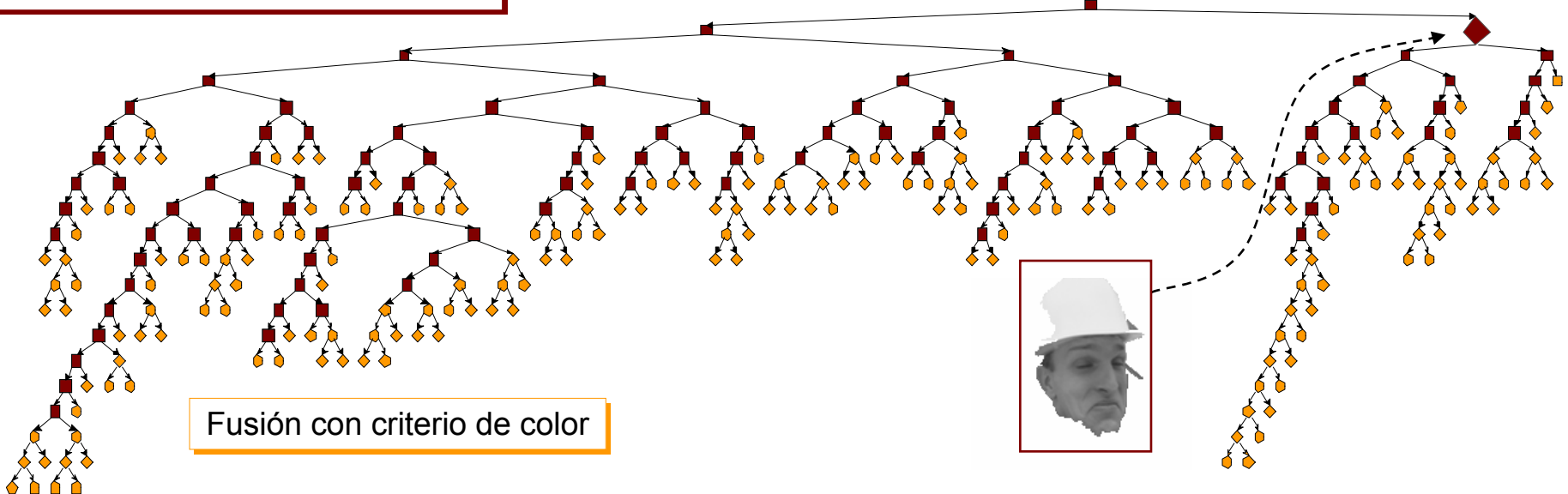
Fusión n°3

- Representación auto-dual ($\text{Árbol}(f) = \text{Árbol}(-f)$)
- Secuencia de fusión de pares de regiones
- Flexibilidad en el proceso de fusión

Árbol binario de partición con criterios de color y de movimiento



Fusión con criterio de movimiento

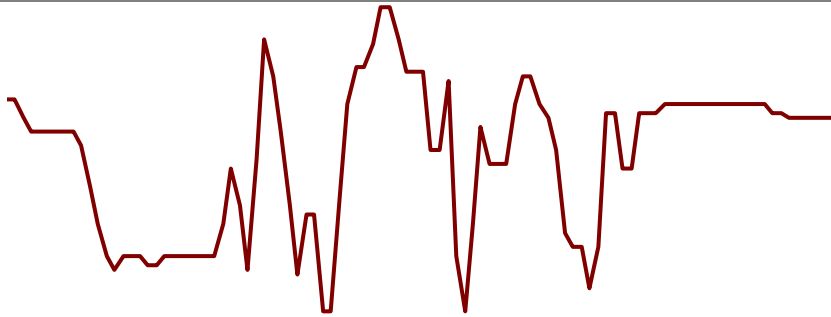
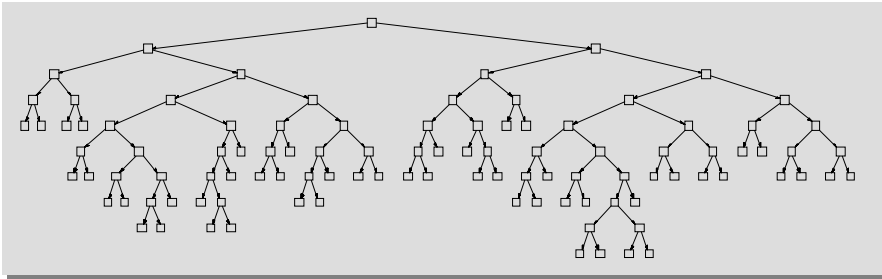


Fusión con criterio de color

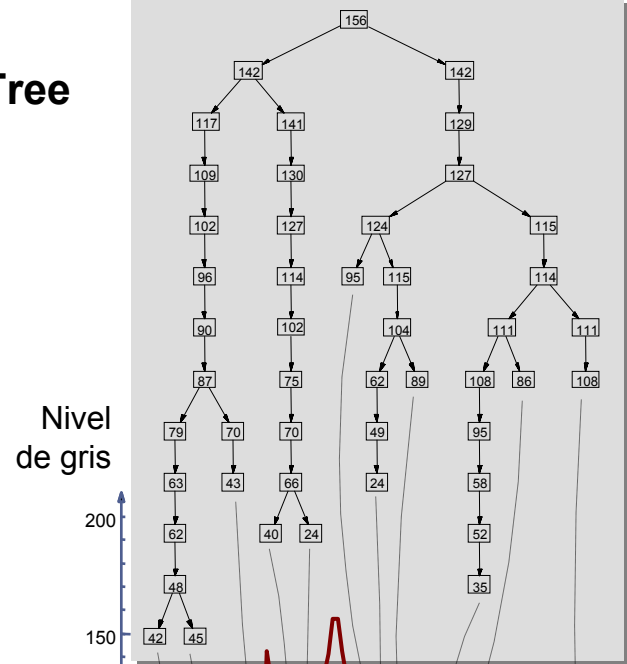


Comparación

Árbol binario de partición

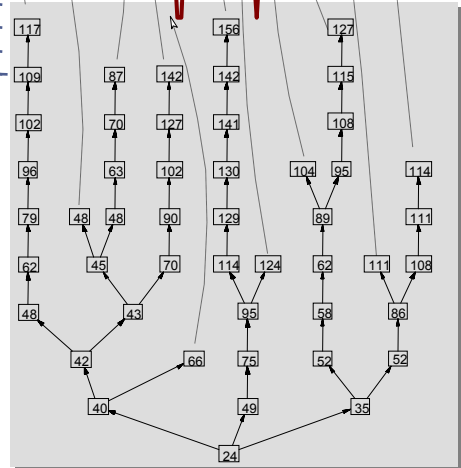


Min-Tree

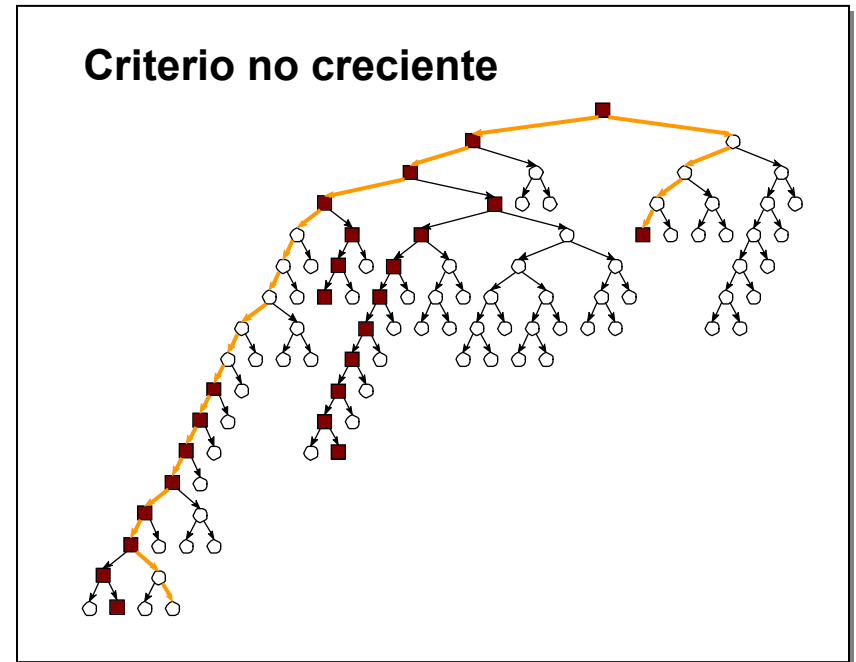
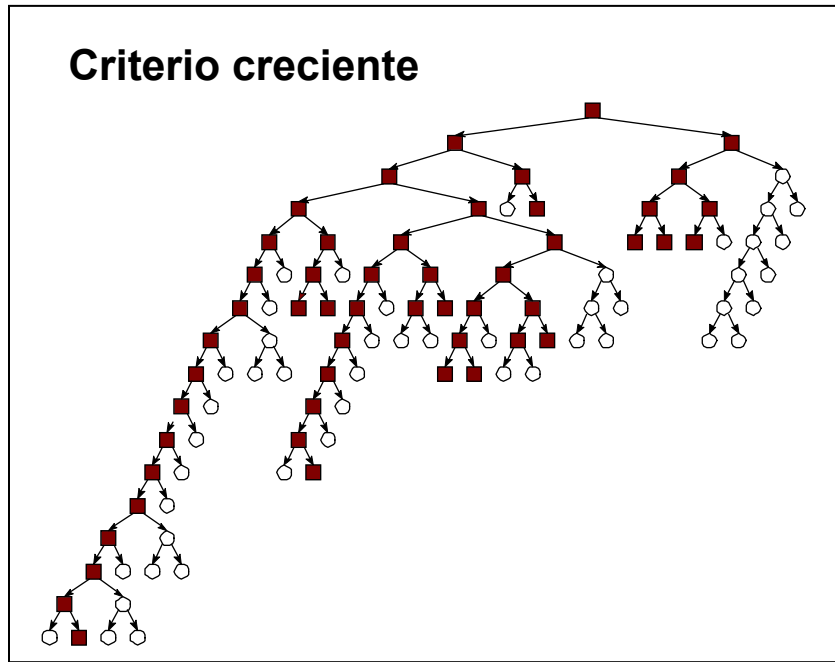


Señal original

Max-Tree



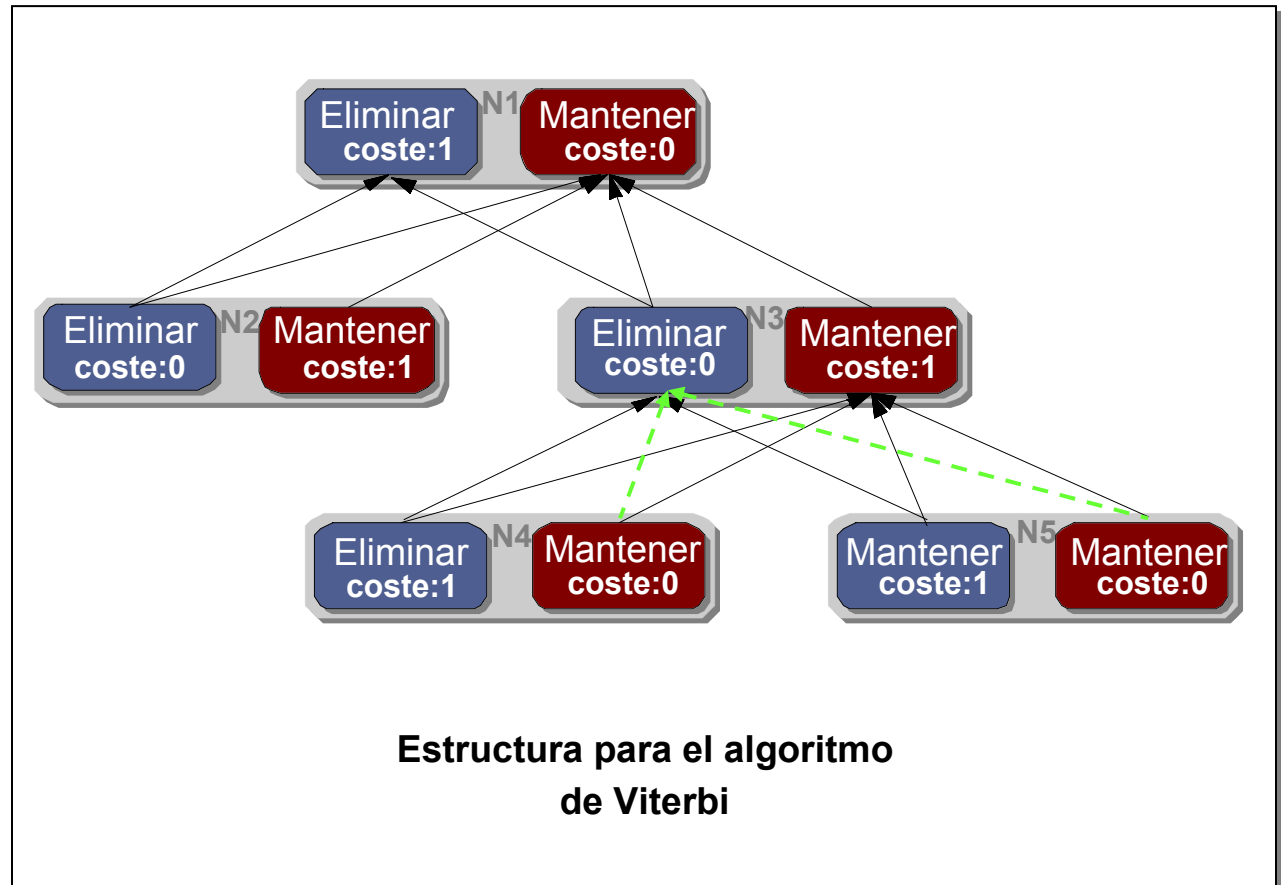
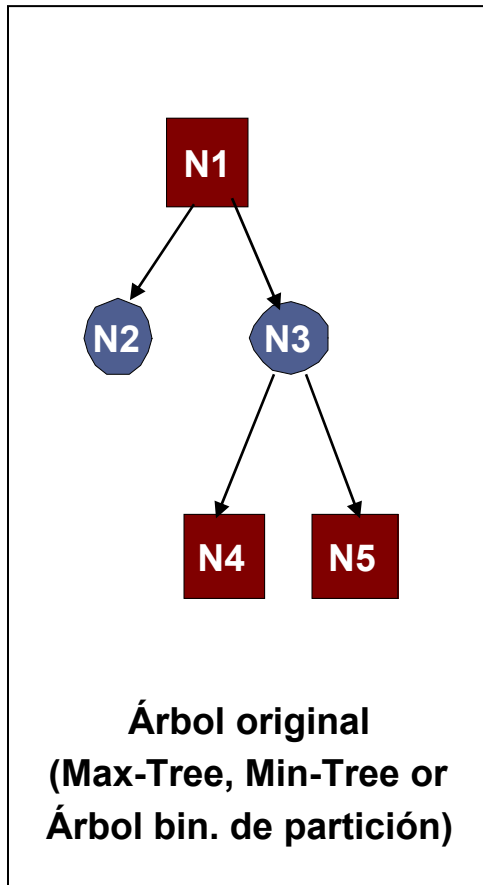
Filtrado: Poda



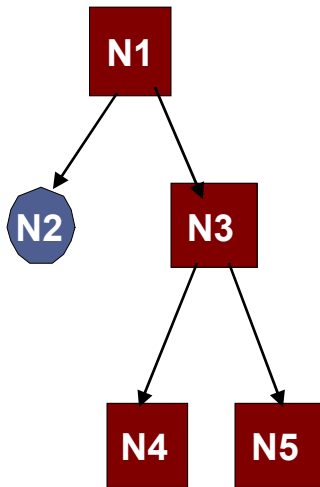
$$\text{Si } R_1 \subseteq R_2 \Rightarrow C(R_1) \leq C(R_2)$$

Criterio no creciente: modificaciones de las decisiones

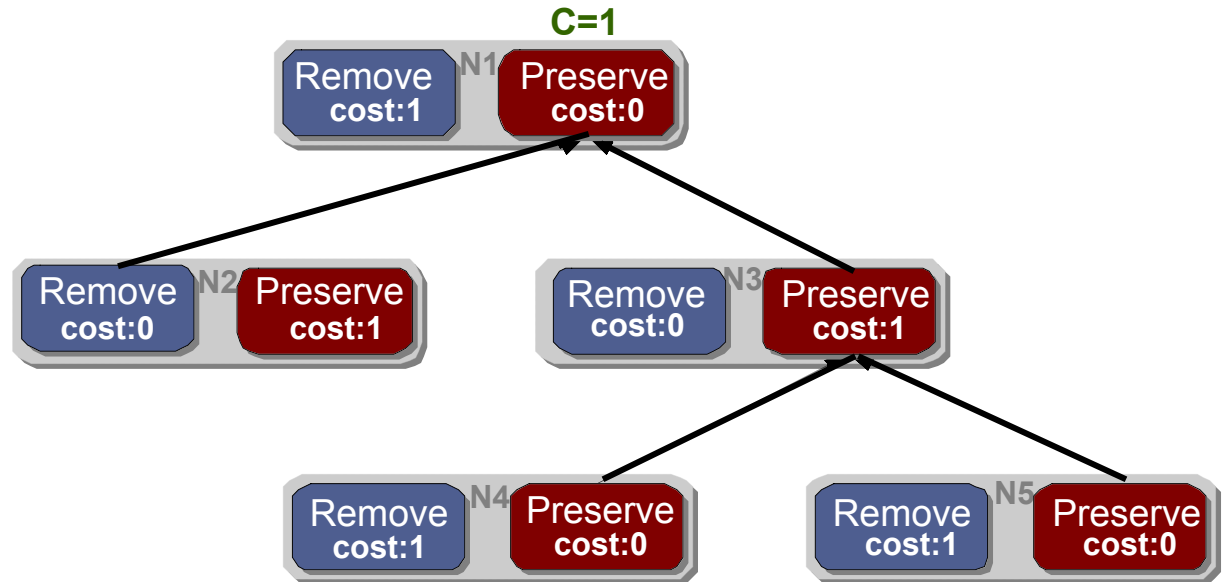
- Modificar el número mínimo de decisiones para definir una poda
- Problema de programación dinámica (algoritmo de Viterbi)



Ejemplo de optimización



Árbol original
(Max-Tree, Min-Tree o
Árbol bin. de partición)



Estructura para el algoritmo
de Viterbi

Ejemplos

Criterio creciente: Área



Original



**Apertura de área
(Max-tree)**



**Cierre de área
(Min-tree)**

Ejemplos

Criterio no-creciente: DFD

Original



**Simplificación
de movimiento**



Dual



Diferencia

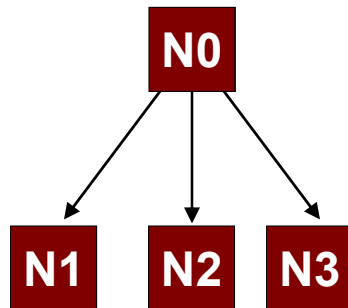


Optimización con restricción

- Minimización de un criterio $C(\cdot)$ con restricción $K(\cdot)$
(C y K : aditivos)

$$\text{Min} \left\{ \sum_{N_i} C(N_i) \right\}, \quad \text{con} \sum_{N_i} K(N_i) \leq T_K$$

$$\Leftrightarrow \text{Min} \left\{ \sum_{N_i} C(N_i) + \lambda^* \sum_{N_i} K(N_i) \right\}, \quad \text{con} \lambda^* \text{ tal que } \sum_{N_i} K(N_i) \leq T_K$$



$$\text{Si } C(N_0) + \lambda^* K(N_0) < \sum_{N_i} C(N_i) + \lambda^* \sum_{N_i} K(N_i)$$

$$\Rightarrow \text{Podar } \{N_i\}_{i=1,2,3}$$

Ejemplo:

$$SE = \sum_{N_i} \sum_{x \in N_i} (\psi(f)(x) - f(x))^2$$

Original: zonas planas: > 10 000
Perímetro: > 30 000

- Criterio: Número de zonas planas
 $C(N_i) = 1$
- Restricción: PSNR > 31 dB



Zonas planas: 87



Perímetro: 4491

- Criterio: Perímetro de las zonas planas: $C(N_i) = \text{Perímetro de } N_i$
- Restricción: PSNR > 31 dB



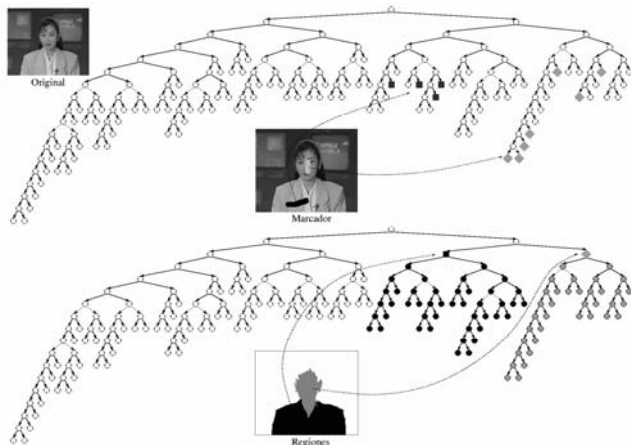
Zonas planas: 219



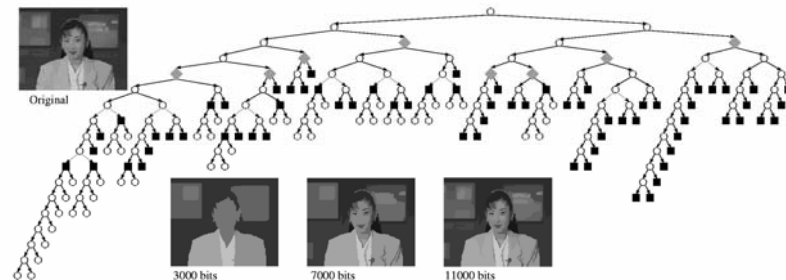
Perímetro: 3684

Otras aplicaciones

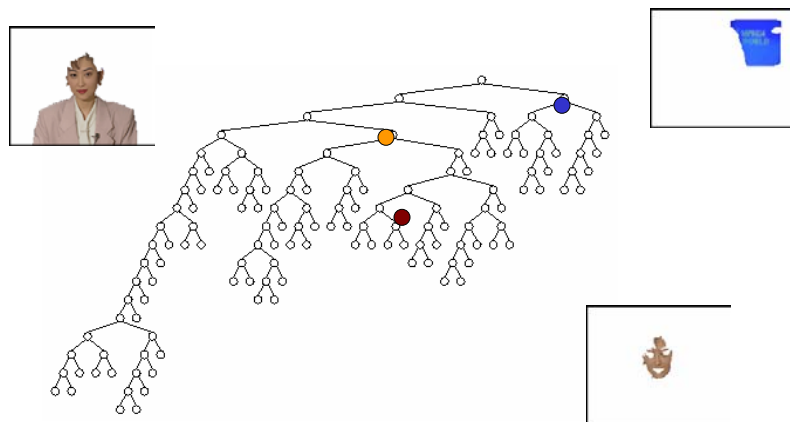
Propagación y Segmentación



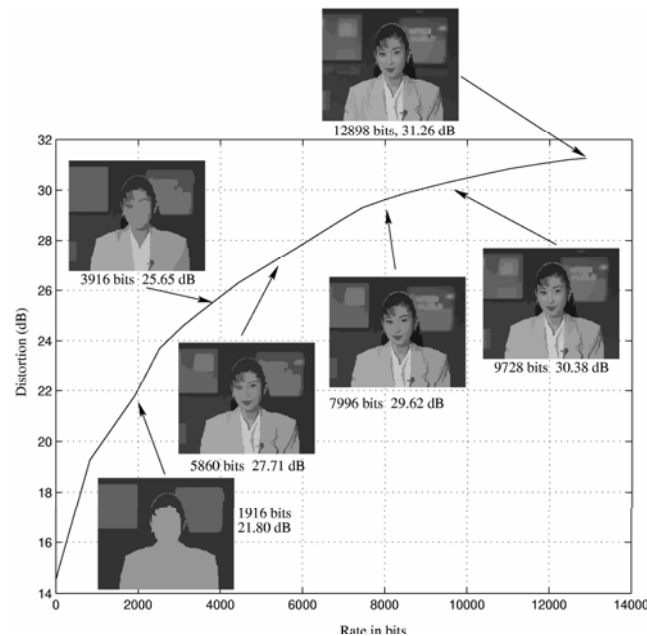
Optimización con restricción (aplicación a la codificación)



Detección de objetos (caras)



F. Marqués, V. Vilaplana



Operadores conexos basados en técnicas de poda de árboles

- Trabaja sobre una representación estructurada de la señal
- Procesado en tres pasos:
 - Creación del árbol
 - Simplificación mediante poda
 - Restitución de la imagen
- Flexibilidad:
 - Criterios de creación del árbol (color, movimiento, etc.)
 - Criterios de poda:
 - Filtrado: área, contraste, características geométricas, textura, movimiento, etc.
 - Propagación y segmentación automática o interactiva
 - Optimización con restricción (ejemplo de aplicación: codificación)
 - Detección de objetos

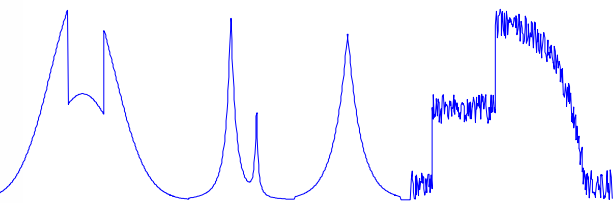
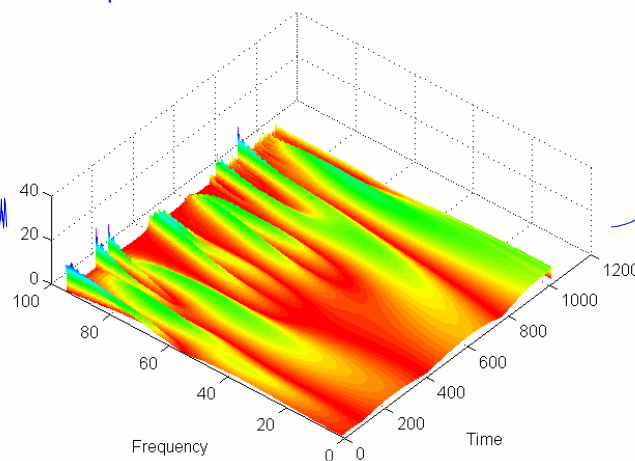
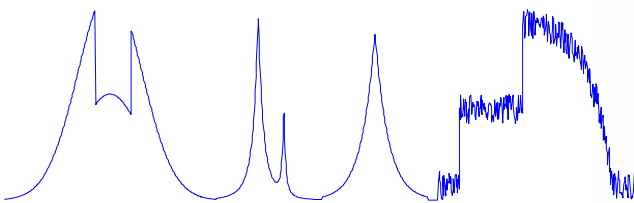
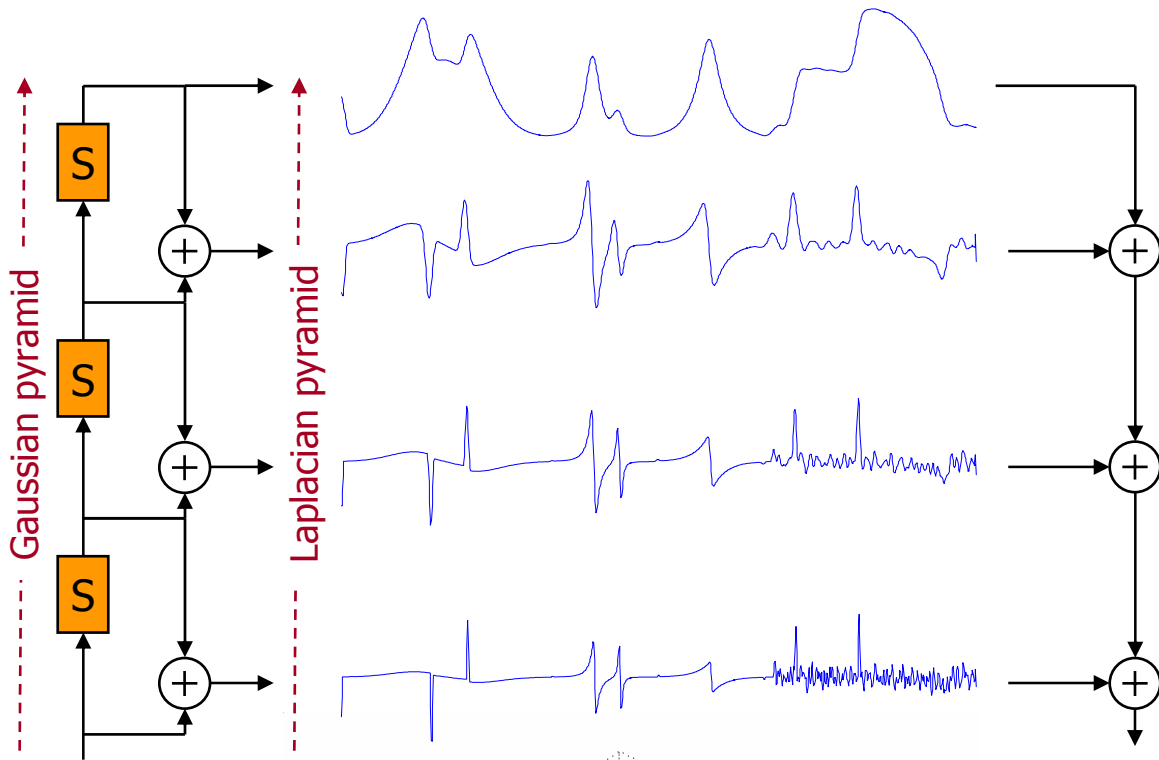
Conclusión

- **Filtrado basado en regiones** ⇒ **Operador conexo**
- **Representación “píxel”** ⇒ **Reconstrucción**
 - Cualquier filtro ⇒ Versión “conexa”
- **Representación “región”** ⇒ **Árbol: Max-tree, ABP,...**
 - Filtrado ⇒ Poda
 - Flexibilidad ⇒ Creación y poda
 - Criterio creciente ⇒ Poda directa
 - Criterio no creciente ⇒ Programación dinámica (Viterbi)
 - Optimización con restricción ⇒ Optimización con técnicas de Lagrange
- **Otras aplicaciones**
 - Segmentación
 - Detección de objetos (cara)

Extensiones

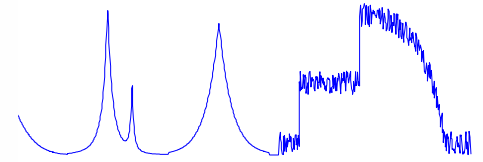
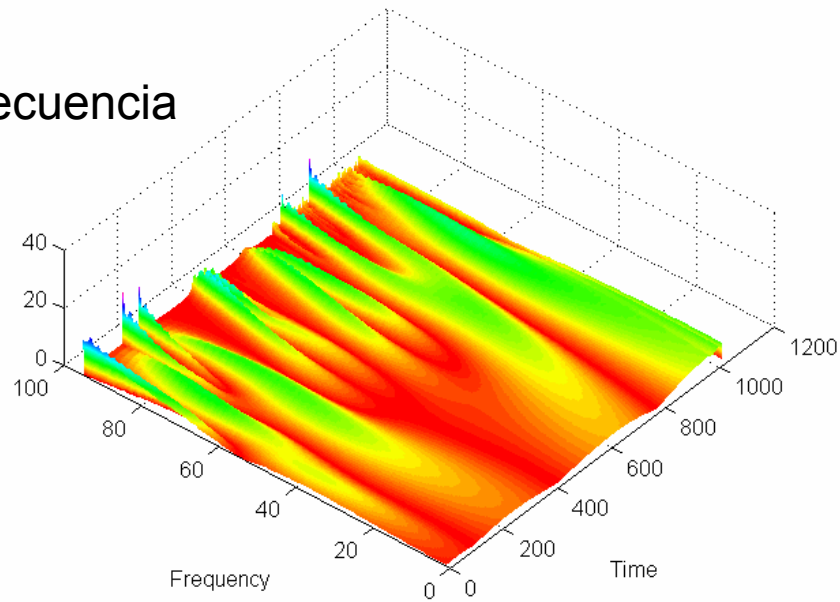
- **Aspectos teóricos**
 - Estudio de la propiedades teóricas de los filtros:
Creciente, extensivo, idempotente, reglas de composición, etc.
(importante para crear nuevos filtros)
- **Combinar con técnicas alternativas**
 - Operadores conexos fusionan zonas planas sin deformarlas
 - Morfología matemática y técnicas de procesado mediante Ecuaciones en Derivadas Parciales: deformación de las zonas planas
 - Combinación de las dos técnicas alternativas
- **Aplicaciones**
 - Extender los criterios de los filtros
 - Estudiar el interés de la versión conexa de los filtros clásicos
 - Análisis multiescala

Extensiones

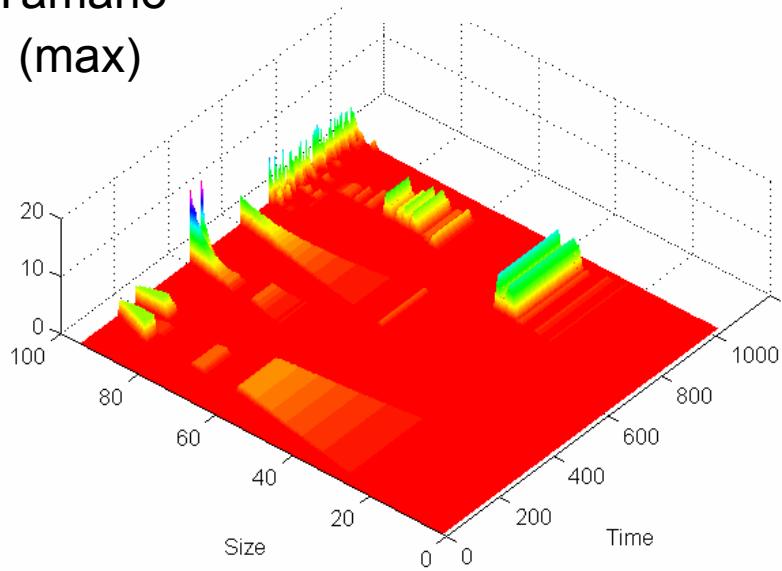


Extensiones

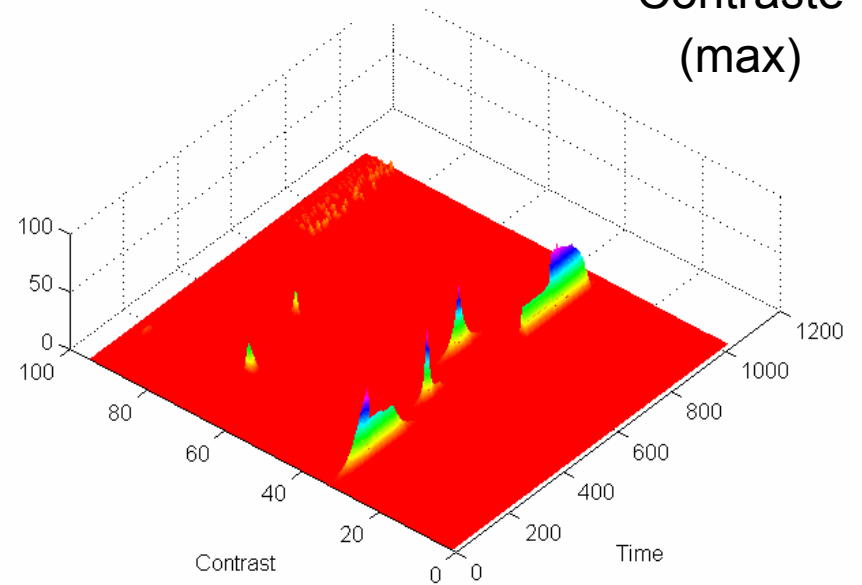
Frecuencia



Tamaño
(max)



Contraste
(max)



MUCHAS GRACIAS