(14) Volem trobar el màx. absolut, si existeix, de la funció $f(x,y,z) = 2x + 3y - z - 1$, en:

(a) La superfície $S = \{ g_1(x,y,z) := x^2 + 2y^2 - 1 = 0 \}$

S és un cilindre el·líptic de $\mathbb{R}^3$ (d'eix z) i per tant no acotat i no compacte. Els valors de z en S poden ser arbitràriament grans i petits ("molt negatius") i per tant $f(x,y,z)$ no té extrems absoluts en S.

(b) La corba $C' = \{ g_1(x,y,z) = 0, g_2(x,y,z) = x + y - z - 1 = 0 \}$.

C' és el cilindre de (a) tallat transversalment (el pla no és paral·lel a l'eix z). pel pla $g_2 = 0$ (això és, el pla no és paral·lel a l'eix z).

Per tant C' és una corba compacte de $\mathbb{R}^3$ i $f(x,y,z)$ assoleix els seus extrems relatius en C'.

La funció de Lagrange és:

$$L(x,y,z;\lambda_1,\lambda_2) = f - \lambda_1 g_1 - \lambda_2 g_2$$

i les equacions dels punts crítics de f en C':

$$\left.\begin{array}{l} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_z = 0 \\ g_1 = 0 \\ g_2 = 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} 2 - 2\lambda_1 x - \lambda_2 = 0 \\ 3 - 4\lambda_1 y - \lambda_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\lambda_1 x = 1 \\ 4\lambda_1 y = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow y = x \quad (i\ x, y \neq 0) \\ -1 + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = 1 \\ x^2 + 2y^2 - 1 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{array}\right.$$

Fent $y = x$ en $g_1 = g_2 = 0$ obtenim: $\left\{\begin{array}{l} 3x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1/\sqrt{3} \\ z = 2x - 1 = \pm 2/\sqrt{3} - 1 \end{array}\right.$

Per tant tenim 2 pts. crítics:

$P_\pm = (\pm 1/\sqrt{3}, \pm 1/\sqrt{3}, \pm 2/\sqrt{3} - 1)$. un és el màx. absolut i l'altre el mínim absolut.

$f(P_+) = 3/\sqrt{3} \Rightarrow P_+$ màx. absolut

$f(P_-) = -3/\sqrt{3} \Rightarrow P_-$ mín. absolut