(25) Trobeu un moviment directe que porti la recta $\ell = P + [v]$ a l'eix OX, i P a $(0,0,0)$, on $P = (0, 1/2, -1/2)$ i $v = (\sqrt{6}, 1, -1)$.

· Busquem el moviment $F = T_w \circ f$, on f és la isometria associada (rotació d'eix pel $(0,0,0)$) i T_w la translació de vector w (Atenció: No diem pas que F sigui únic)

· La isometria directa f ha de ser tal que enviï v vector director de ℓ, a un vector de l'eix OX (de la mateixa norma).

Això ho podem aconseguir fent una rotació d'eix $[u]$ i angle α on $u = v \wedge e_1$ és $\perp$ tant a v com a e_1 i $\alpha = \widehat{v, e_1}$ angle curt format pels dos vectors ja que $\det(v, e_1, v \wedge e_1) > 0$ i això vol dir que aquesta rotació d'angle α i orientada per u envia $f(v) = \|v\| \cdot e_1$, on $\|v\| = \sqrt{6+1+1} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$u = v \wedge e_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \sqrt{6} & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, -1, -1) \Rightarrow \|u\| = \sqrt{2}$$

$$\cos\alpha = \frac{\langle v, e_1 \rangle}{\|v\| \cdot \|e_1\|} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \pi/6 \Rightarrow \sin\alpha = 1/2.$$

· Un cop determinat l'eix i angle de la isometria, queda determinar el vector w de la translació. Per fer-ho, demanem $F(P) = (0,0,0)$:

$F(P) = f(P) + w = (0,0,0) \Rightarrow w = -f(P)$, on:

$$f(P) = \cos\alpha \cdot P + (1-\cos\alpha) \cdot \frac{\langle u, P \rangle}{\langle u, u \rangle} u + \frac{\sin\alpha}{\|u\|}(u \wedge P) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}(0, 1/2, -1/2) + \frac{1/2}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2}(0, 1/2, -1/2) + \frac{\sqrt{2}}{4}(1, 0, 0) =$$

$\langle u, P \rangle = 0$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \sqrt{3}/4, -\sqrt{3}/4\right)$$

Per tant $w = (-\sqrt{2}/4, -\sqrt{3}/4, \sqrt{3}/4)$.