1. Trobeu l'eq. param. de les rectes següents

(i) $\ell_1 = \{3x-2y+7=0\} \subset \mathbb{R}^2$

- Busquem un punt $p \in \ell_1$ amb $x=y$ (p. ex.):
  $p=(-7,-7)$
- Els coefs. ~~de~~ x, y de l'eq. vector $\perp$ a la recta
  $(3,-2) \Rightarrow$
- El vector $(2,3)$ ~~ens~~ ens dona un vector director

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -7 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right]$$

(ii) La recta $\ell_2 \subset \mathbb{R}^3$ que passa pels punts $(1,3,5)$ i $(+2,-1,4)$.

- $\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} +2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ vector director ℓ_2
- $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$

(iii) $\ell_3 = \{x-3y+4z=0,\ 2x-4y+8z=5\}$

- Busquem un punt amb, p. ex., $z=0$

$$\left.\begin{aligned} x-3y+4z&=0 \\ 2x-4y+8z&=5 \end{aligned}\right\} \underset{\text{Fem } z=0}{\Rightarrow} \left.\begin{aligned} x-3y&=0 \\ 2x-4y&=5 \end{aligned}\right\}$$

Fem $(eq_2)-2(eq_1)$
$2y=5 \Rightarrow y=5/2$
d'aquí: $x=3y=15/2$

- $P=(15/2, 5/2, 0)$
- Busquem un vector director $\vec{u}_3$ sol. eq. homogeneïtzades

$$\left.\begin{aligned} x-3y+4z&=0 \\ 2x-4y+8z&=0 \end{aligned}\right\}$$

Fem $(eq_2)-2(eq_1)$: $2y=0 \Rightarrow y=0$
d'on: $x=-4z$, Fent p.ex. $z=1$:

$$\vec{u}_3 = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15/2 \\ 5/2 \\ 0 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

- En quina posició estan les rectes ℓ_2, ℓ_3?
  - No són paral·leles, ja que els vectors directors $\vec{u}_2$ i $\vec{u}_3$ no són proporcionals.
  - Si busquem un punt de tall, podem buscar un $\lambda \in \mathbb{R}$ t.q. $x = 1-\lambda$, $y = 3+4\lambda$, $z = 5+\lambda$ (punt genèric de ℓ_2) verifiqui les equacions de ℓ_3. Cal

$$\left.\begin{aligned} x-3y+4z=0 &\Rightarrow (1-\lambda)-3(3+4\lambda)+4(5+\lambda)=0 \\ 2x-4y+8z=5 &\Rightarrow 2(1-\lambda)-4(3+4\lambda)+8(5+\lambda)=5 \end{aligned}\right\}$$

les solucions per λ de la 1a. eq. $\lambda = 2/13$ i la 2a. eq. $\lambda = 3$ són diferents. No hi ha punt de tall.

- ℓ_2 i ℓ_3 es creuen en $\mathbb{R}^3$.