# Evolució temperatura promig equació Calor

- **Exemple**: Equació de la calor 1D amb condicions de frontera tipus Neumann

$$\begin{cases} u_t = k^2 u_{xx}, \quad u = u(x,t), \quad k > 0 & \leftarrow \text{Eq. Calor} \\ x \in [0,L], \ t \geq 0 & \leftarrow \text{barra longitud } L \\ u(x,0) = f(x), \quad x \in [0,L] & \leftarrow \text{temperatura inicial} \\ \left.\begin{array}{l} u_x(0,t) = -\alpha(t) \\ u_x(L,t) = +\beta(t) \end{array}\right\} t \geq 0 & \leftarrow \end{cases}$$

Condicions frontera tipus Neumann
($\alpha(t)$ i $\beta(t)$ donen el flux
de calor extrems barra:
calor que entra pels extrems)

- Temperatura promig barra en l'instant $t$:

$$T(t) = \frac{1}{L}\int_0^L u(x,t)\,dx$$

- Estudiem l'evolució de $T(t)$:

$$T'(t) = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}[u(x,t)]\,dx = \frac{1}{L}\int_0^L u_t(x,t)\,dx =$$

entrem la derivada resp. $t$ dins la integral

$$= \frac{k^2}{L}\int_0^L u_{xx}(x,t)\,dx = \frac{k^2}{L}\int_0^L \frac{\partial}{\partial x}[u_x(x,t)]\,dx = \frac{k^2}{L}\Big[u_x(x,t)\Big]_{x=0}^{x=L} =$$

usem eq. calor

$u_t = k^2 u_{xx}$

regla Barrow

Condicions frontera

$$= \frac{k^2}{L}\left(u_x(L,t) - u_x(0,t)\right) = \frac{k^2}{L}\left(\beta(t) + \alpha(t)\right)$$

• <u>Finalment</u>:

$$T'(t) = \frac{K^2}{L}\left(\beta(t) + \alpha(t)\right)$$

* $\beta(t) + \alpha(t) > 0 \Rightarrow$ "Entrada" de calor pels extrems
* $\beta(t) + \alpha(t) < 0 \Rightarrow$ "Sortida" de calor pels extrems
* $\beta(t) + \alpha(t) = 0 \Rightarrow$ Conservació de la temperatura

(en particular cert si $\alpha(t) = \beta(t) = 0$ : Extrems aïllats).