L'equació d'ones per una corda finita

$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$, $u = u(x,t)$ $\leftarrow$ equació de la corda vibrant

$x \in [0,L]$, $t \geq 0$ $\leftarrow$ corda de longitud L finita

$$\left.\begin{aligned} u(x,0) &= f(x) \\ u_t(x,0) &= g(x) \end{aligned}\right\} x \in [0,L] \leftarrow$$

Condicions inicials ($t=0$)
$f(x)$, $g(x)$ funcions donades

En aquest cas també hem de dir que succeix amb la corda en els seus extrems, $x=0$ i $x=L$.

Hem de donar <u>condicions de frontera</u>

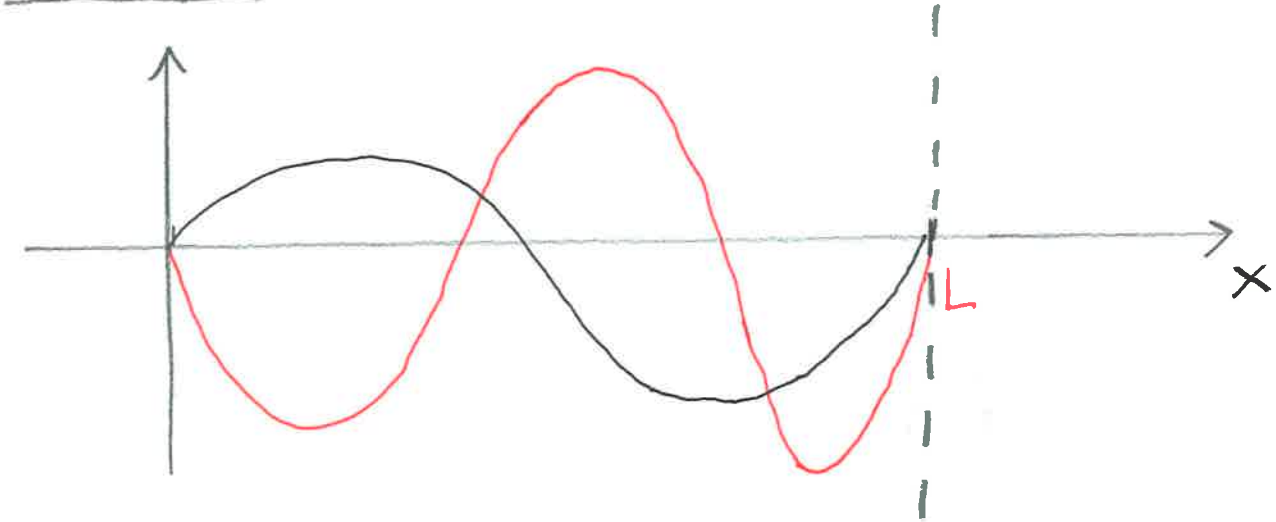
Condicions de frontera

(i) Condicions tipus Dirichlet:

$$\left.\begin{aligned} u(0,t) &= h(t) \\ u(L,t) &= j(t) \end{aligned}\right\} t \geq 0$$

← Fixem els valors de la corda en els seus extrems

- Exemple: Dirichlet homogeni o extrems fixats $h(t) \equiv 0, j(t) \equiv 0.$



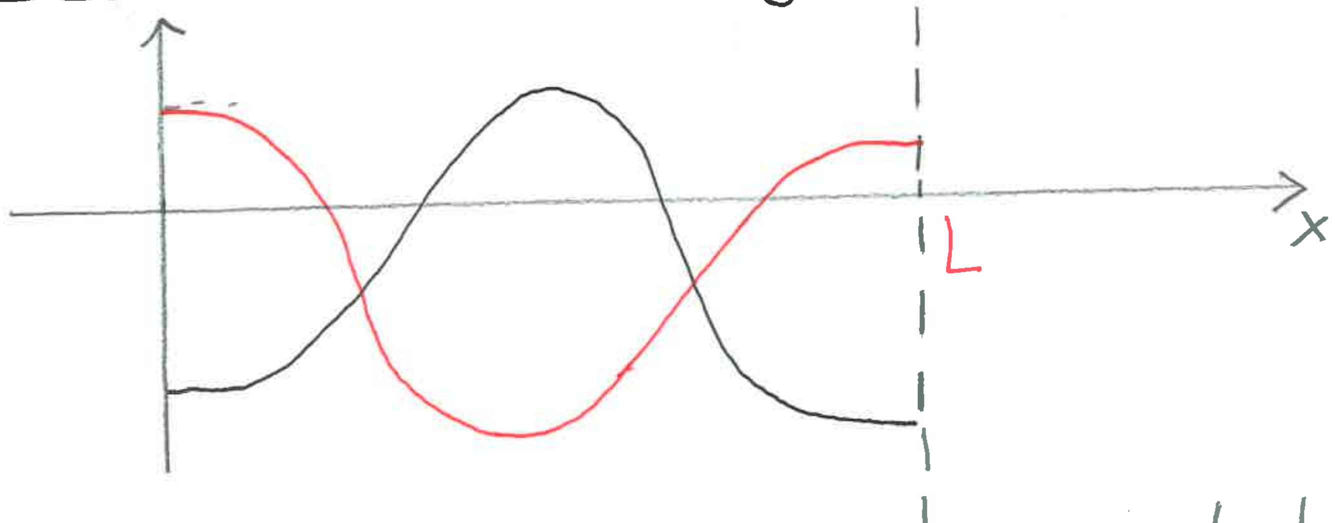
← 2 fotos de la corda per dos t's diferents

(ii) Condicions tipus Neumann

$$\left.\begin{aligned} u_x(0,t) &= h(t) \\ u_x(L,t) &= j(t) \end{aligned}\right\} t \geq 0 \leftarrow$$

Fixem el valor de la "derivada normal" en els extrems. (angle que forma la corda en els extrems).

- Exemple: Neumann homogeni o extrems lliures $h(t) \equiv 0,\ j(t) \equiv 0$



← La corda pot oscil·lar però sempre arriba plana als extrems.

· Observació: En el cas de l'equació de la calor, Neumann homogeni vol dir no flux de calor als extrems ("extrems aïllats).

- Comentaris:

(a) Podem alternar condicions de Dirichlet i Neumann en cadascun dels extrems de la corda.

(b) Podem considerar d'altres tipus de condicions de frontera. P. ex condicions de frontera periòdiques:

$$\left.\begin{aligned} u(0,t) &= u(L,t) \\ u_x(0,t) &= u_x(L,t) \end{aligned}\right\} t \geq 0 \leftarrow$$

Mateixos valors per u i u_x en els extrems.