

10) Resolen els PVI's següents:

(a) $x'' + 4x = 0$, (b) $x'' + 4x' + 4x = 0$, (c) $x'' + 4x' + 5x = 0$
amb les condicions inicials: $x(0) = 1$, $x'(0) = -2$.

	Eg. característica	arrels	Solució general
(a)	$\lambda^2 + 4\lambda = 0$	$\{0, -4\}$	$x(t) = A \cdot 1 + B e^{-4t}$
(b)	$\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$	$\{-2, -2\}$ (doble)	$x(t) = A e^{-2t} + B t e^{-2t}$
(c)	$\lambda^2 + 4\lambda + 5 = 0$	$\{-2 \pm i\}$ (complex conjugates)	$x(t) = A e^{-2t} \cos t + B e^{-2t} \sin t$

Resolució PVI

(a) $x'(t) = -4B e^{-4t}$

$$\begin{cases} 1 = x(0) = A + B \\ -2 = x'(0) = -4B \end{cases} \quad \begin{matrix} B = 1/2 \\ A = 1/2 \end{matrix}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-4t}$$

(b) $x'(t) = (-2A + B) e^{-2t} - 2B t e^{-2t}$

$$\begin{cases} 1 = x(0) = A \\ -2 = x'(0) = -2A + B \end{cases} \quad \begin{matrix} A = 1 \\ B = 3/2 \end{matrix}$$

$$x(t) = e^{-2t} + \frac{3}{2} t e^{-2t}$$

(c) $x'(t) = (-2A + B) e^{-2t} \cos t + (-A - 2B) e^{-2t} \sin t$

$$\begin{cases} 1 = x(0) = A \\ -2 = x'(0) = -2A + B \end{cases} \quad \begin{matrix} A = 1 \\ B = 0 \end{matrix}$$

$$x(t) = e^{-2t} \cos t$$