

(24) Sigui B la bola de centre $(0,0,0)$ i radi R . Denotem per $T(x,y,z)$ la temperatura en el punt (x,y,z) i suposem que és proporcional a la distància del punt a l'origen. En quins punts de B la temperatura coincideix amb la temperatura mitjana de la bola

$$\bullet T(x,y,z) = K \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\bullet \bar{T} = \frac{1}{\text{Volum}(B)} \iiint_B T(x,y,z) dx dy dz =$$

$$= \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \iiint_B K \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz = \left. \begin{array}{l} \text{Coord. esfèriques} \\ B^* = \begin{cases} 0 \leq r \leq R \\ 0 \leq \vartheta \leq 2\pi \\ -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2 \end{cases} \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{3K}{4\pi R^3} \iiint_{B^*} \underbrace{r \cdot r^2 \cdot \cos \varphi}_{\text{Jacobià}} dr d\vartheta d\varphi =$$

$$= \frac{3K}{4\pi R^3} \left(\int_0^R r^3 dr \right) \left(\int_0^{2\pi} d\vartheta \right) \left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi \right) = \frac{3K}{4} R$$

$\underbrace{\quad}_{R^4/4} \quad \underbrace{\quad}_{2\pi} \quad \underbrace{\quad}_{[\sin \varphi]_{-\pi/2}^{\pi/2} = 2}$

$$\bullet T(x,y,z) = \bar{T} \Leftrightarrow K \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{3K}{4} R \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9R^2}{16}$$