(36) Considerem la funció $f(x,y)=(y-x^2)(y-3x^2)$.

(a) Si restringim els valors de (x,y) als d'una recta passant pel $(0,0)$, vegeu que l'origen és un mínim relatiu de la funció, amb independència de la recta triada.

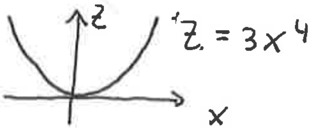
· Rectes pel $(0,0)$: $\left\{ \begin{matrix} y = mx \\ m \in \mathbb{R} \end{matrix} \right\}$ recta de pendent m i $\{x=0\}$ recta de pendent ∞

· $F(x) = (mx - x^2)(mx - 3x^2) = x^2(m-x)(m-3x)$ Restricció de f a la recta $y = mx$

$F'(0) = 0$, $F''(0) = 2m^2 > 0$ si $m \neq 0$

Per tant F té un mínim relatiu a $x=0$ si $m \neq 0$.

· Cas $m = 0$: $F(x) = +3x^4$



$F(x)$ té un mínim relatiu en $x=0$ si $m=0$.

· Cas recta pendent infinit $x=0$: $F(y) = y^2$ té un mínim relatiu en $y=0$.

(b) Discutiu si el resultat de l'apartat (a) us permet concloure que $f(x,y)$, com a funció de dues variables, té un mínim relatiu en el $(0,0)$.

És clar que no! que la funció tingui un mínim relatiu sobre cada recta passant pel $(0,0)$ no implica que tingui un mínim relatiu com a funció de 2 variables.

(c) Estudieu si l'origen és o no un mínim relatiu si restringim els valors de (x,y) als d'una paràbola de la forma $y = ax^2$; repetiu la discussió de l'apartat (b).

$F(x) = f(x, ax^2) = (ax^2 - x^2)(ax^2 - 3x^2) = (a-1)(a-3)x^4$

La funció x^4 té un mínim relatiu en $x=0$, però $F(x)$ té un mín. o màx. relatiu en $x=0$ depenent del valor de a.

Així, si $(a-1)\cdot(a-3) > 0$ tenim un màx. relatiu i si és < 0 un mínim relatiu $\Rightarrow$ $f(x,y)$ no té ni màx. ni mín. relatiu en $(0,0)$.