

36 (a) Suposem que les equacions  $2z = x^2 - y$ ,  
 $y = z^2 + 2x$  defineixen  $y$  i  $z$  com a funcions  
 implícites d' $x$ . Calculeu  $y'(x)$  i  $z'(x)$

• observeu que per poder aplicar el  $ta$  de la funció  
 implícita i per tant poder expressar (almenys localment)  
 $(y, z)$  en funció de  $x$ , cal:

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y, z) &= 2z - x^2 + y = 0 \\ f_2(x, y, z) &= y - z^2 - 2x = 0 \end{aligned} \right\} \leftarrow \text{equacions implícites}$$

$$\det \left( \frac{\partial (f_1, f_2)}{\partial (y, z)} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2z \end{vmatrix} = -2z - 2 \neq 0$$

$\uparrow$   
 Condició per  
 poder aplicar  
 $ta$  implícita

Necessitem doncs,  $z \neq -1$

• Calculem ara les derivades de les funcions implícites  
 tot derivant respecte de  $x$  les relacions:

$$\left. \begin{aligned} 2z(x) - x^2 + y(x) &= 0 \Rightarrow 2z' - 2x + y' = 0 \\ y(x) - z(x)^2 - 2x &= 0 \Rightarrow y' - 2z z' - 2 = 0 \end{aligned} \right\}$$

restant les equacions:  $2(z+1)z' = 2(x-1) \Rightarrow \boxed{z'(x) = \frac{x-1}{z(x)+1}}$

multipliant la 1a. per  $z$  i sumant la 2a:

$$(z+1)y' = 2(zx+1) \Rightarrow \boxed{y'(x) = \frac{2(xz(x)+1)}{z(x)+1}}$$

(b) Suposem que les equacions  $2z = x^2 - y$  i  $y = z^2 + 2x$  defineixen  $x$  i  $y$  com a funcions implícites de  $z$ .

Calculeu  $x'(z)$  i  $y'(z)$ .

Per poder aïllar  $(x, y)$  en termes de  $z$  Cal ara:

$$\det \left( \frac{\partial (f_1, f_2)}{\partial (x, y)} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2x & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -2x + 2 \neq 0$$

Cal doncs:  $x \neq 1$

Calculem les derivades resp.  $z$ :

$$\left. \begin{aligned} 2z - x(z)^2 + y(z) &= 0 \Rightarrow 2 - 2x \cdot x' + y' = 0 \\ y(z) - z^2 - 2x(z) &= 0 \Rightarrow y' - 2z - 2x' = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$(eq_1) - (eq_2) : 2(1-x) x' = -2(z+1) \Rightarrow \boxed{x'(z) = \frac{z+1}{x(z)-1}}$$

$$(eq_1) - x(eq_2) : (1-x) y' = -2(1+xz) \Rightarrow \boxed{y'(z) = \frac{2(1+x(z) \cdot z)}{x(z)-1}}$$