15 (b) Utilitzeu el Teorema del Valor intermedi (Bolzano) per estimar el zero amb una precissió de dues xifres decimals en l'interval [0,1] (bisecció)

$g(x) = 2\cos(x) - 3x$

- g és contínua en $[0,1]$
- $g(0) = 2 > 0$ & $g(1) = 2\cos(1) - 3 \simeq -1.92 < 0$
- g té almenys un canvi de signe en $[0,1]$ i per tant, g té almenys un zero en $[0,1]$
- L'interval inicial $[0,1]$ té longitud $L=1$, si apliquem n pasos de bisecció, el tamany de l'interval resultant és $L/2^n$.
- Si volem almenys 2 xifres decimals exactes, cal que l'interval final tingui tamany $< \varepsilon = 10^{-2}$.
- Quants pasos de bisecció cal fer:

$$L/2^n < \varepsilon \iff 2^n > \frac{L}{\varepsilon} \iff n > \frac{\ln(L/\varepsilon)}{\ln(2)}$$

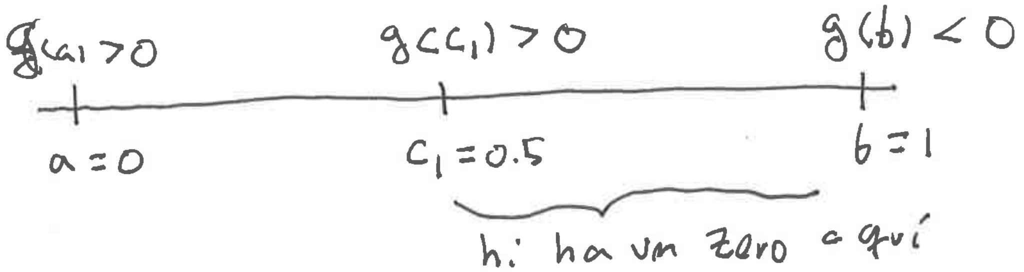
Si $L=1$, $\varepsilon = 10^{-2} \Rightarrow n > \dfrac{\ln(10^2)}{\ln(2)} = \dfrac{2\ln(10)}{\ln(2)} \simeq 6.64\ldots$

Cal fer 7 pasos ... uf!

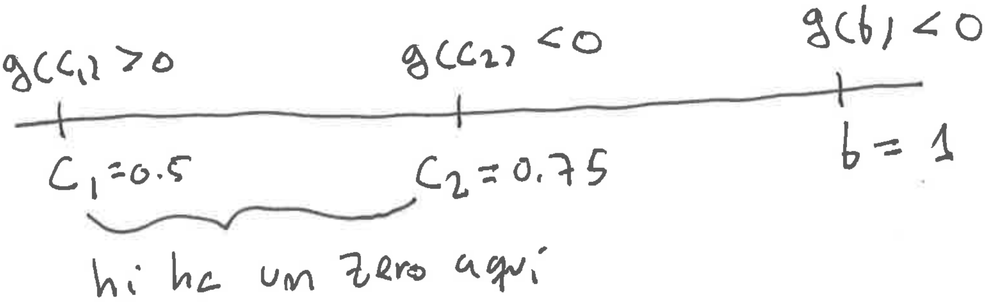
- Mètode de la bisecció a $g(x) = 2\cos(x) - 3x$ en $[0, 1]$:

$a = 0$, $g(a) = 2 > 0$
$b = 1$, $g(b) \simeq -1.92 < 0$

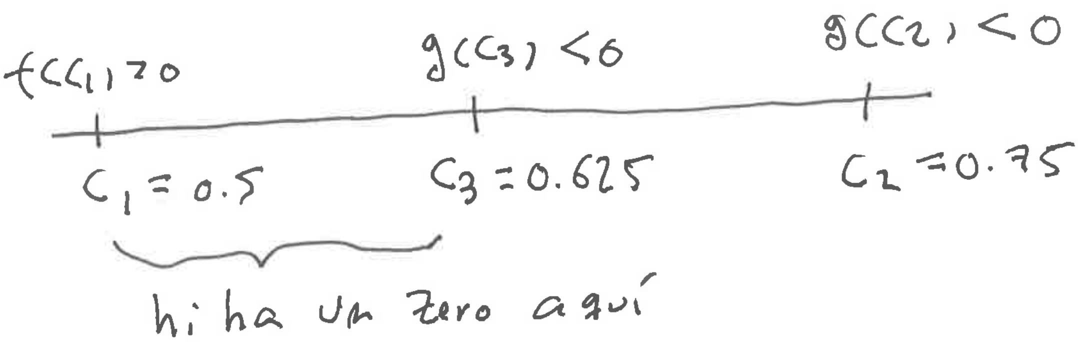
$c_1 = \frac{a+b}{2} = \frac{0+1}{2} = 0.5$, $g(c_1) \simeq 0.26 > 0$



$c_2 = \frac{c_1 + b}{2} = \frac{0.5 + 1}{2} = 0.75$, $g(c_2) \simeq -0.79 < 0$



$c_3 = \frac{c_1 + c_2}{2} = \frac{0.5 + 0.75}{2} = 0.625$, $g(c_3) \simeq -0.25 < 0$



$c_4 = \frac{c_1 + c_3}{2} = \frac{0.5 + 0.625}{2} = 0.562$, $g(c_4) \simeq 0.0064 > 0$

etc.