

46) Determinar el punt sobre la gràfica de la funció $f(x) = x^2$ que estigui més proper al punt $(2, 1/2)$

• $\text{graf}(f) = \{ (x, f(x)) : x \in \mathbb{R} \}$

• $\text{dist}(\text{graf}(f), (2, 1/2)) = \sqrt{(x-2)^2 + (f(x)-1/2)^2}$

• Si volem el mínim d'aquesta distància i llavors hem de minimitzar $g(x) = (x-2)^2 + (x^2 - 1/2)^2$

• $g'(x) = 2(x-2) + 2(x^2 - 1/2) \cdot 2x = 4(x^3 - 1)$

• $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$

• clarament $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} g(x) = +\infty$ i per tant $x=1$ és

el mínim absolut de g en \mathbb{R} .

• El punt solució és $(1, 1)$ i la distància

mínima val $\sqrt{(1-2)^2 + (1^2 - 1/2)^2} = \sqrt{5}/2$.