(31) Siguin $f(x)$, $g(x)$ dues funcions contínues en $[a,b]$ i derivables en l'interior. Suposem $g'(x) \neq 0$ per a tot $x \in (a,b)$. Proveu que existeix c t.q. $\dfrac{f'(c)}{g'(c)} = \dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$

Si operem una mica:

$$f'(c)(g(b)-g(a)) - g'(c)(f(b)-f(a)) = 0 \qquad (*)$$

La idea és obtenir la fórmula $(*)$ a partir del lema de Rolle i per tant, definir $F(x)$ adequada t.q. $F(a)=F(b)$, de forma que $F'(c)=0$ doni $(*)$. Fem:

$$F(x) = (f(x)-f(a))(g(b)-g(a)) - (g(x)-g(a))(f(b)-f(a))$$

- $F: [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ contínua i derivable en (a,b)
- $F(a) = (f(a)-f(a))(g(b)-g(a)) - (g(a)-g(a))(f(b)-f(a)) = 0$
- $F(b) = (f(b)-f(a))(g(b)-g(a)) - (g(b)-g(a))(f(b)-f(a)) = 0$

Per tant, per Rolle $\exists\, c \in (a,b)$ t.q. $F'(c) = 0$.

clarament $F'(x) = f'(x)(g(b)-g(a)) - g'(x)(f(b)-f(a))$

i d'aquí surt $(*)$.