(18) Siguin f i g dues funcions derivables en $\mathbb{R}$

(a) Suposem que $f'(x) > g'(x)$ per a tot x i que $f(a)=g(a)$.
Proven que se satisfà:

$f(x) > g(x)$ si $x > a$ i $f(x) < g(x)$ si $x < a$

· Fem $F(x) = f(x) - g(x)$ derivable en $\mathbb{R}$.

Pel T^a del valor mig tenim

$$\underbrace{F(x) - F(a)}_{\substack{\| \\ (f(x)-g(x)) - \underbrace{(f(a)-g(a))}_{=0} \\ \| \\ f(x)-g(x)}} = F'(c)\cdot(x-a) = \underbrace{(f'(c)-g'(c))}_{>0}(x-a)$$

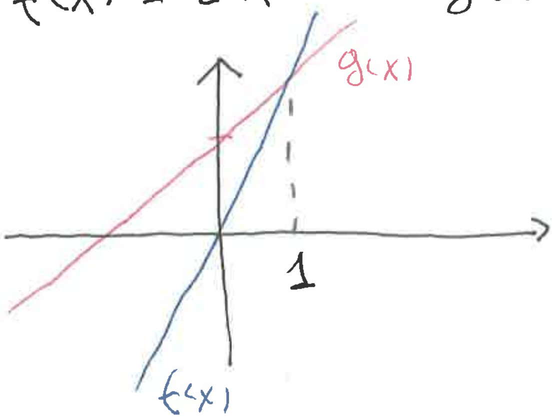
on c depèn de x i està entre a i x

Així si $x > a \Rightarrow f(x)-g(x) = \underbrace{(f'(c)-g'(c))}_{>0}\underbrace{(x-a)}_{>0} > 0$

si $x < a \Rightarrow f(x)-g(x) = \underbrace{(f'(c)-g'(c))}_{>0}\underbrace{(x-a)}_{<0} < 0$

(b) Troben un exemple que mostri que la conclusió no seria correcta sense la hipòtesis $f(a)=g(a)$

$f(x) = 2x$ i $g(x) = x+1$ compleixen $\underbrace{f'(x)}_{=2} > \underbrace{g'(x)}_{=1}$



· Si fem $a=1$ o.k.

· Si fem $a=0$ llavors $g(x) > f(x)$ si $x \in (0,1)$ "a la dreta de a"