
2.3 Consideramos la función $f(x) = \sin^2 x$.

(a) Resuelve la integral $\int f(x)dx$, por el método de integración por partes.

(b) Resuelve la integral $\int f(x)dx$, utilizando fórmulas trigonométricas.

nota: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$, $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.

SOLUCIÓN:

(a) $I = \int \sin^2 x \cdot dx = \int \sin x \cdot \sin x \cdot dx$

Integración por partes:

$$\begin{cases} u = \sin x & \rightarrow du = \cos x \cdot dx \\ dv = \sin x \cdot dx & \rightarrow v = -\cos x \end{cases}$$

$$I = -\sin x \cdot \cos x + \int \cos^2 x \cdot dx = -\sin x \cdot \cos x + \int (1 - \sin^2 x) \cdot dx = -\sin x \cdot \cos x + x - I \Rightarrow$$

$$I = \frac{x - \sin x \cdot \cos x}{2} + K.$$

(b) $I = \int \sin^2 x \cdot dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + K = \frac{1}{2} \left(x - \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{2} \right) + K \Rightarrow$

$$I = \frac{x - \sin x \cdot \cos x}{2} + K.$$
