
2.2 Consideramos la función $f(x) = x^3 \ln x$.

(a) Resuelve la integral $\int f(x)dx$.

(b) Calcula la primitiva F de la función f que cumple la condición $F(1) = \frac{1}{8}$.

SOLUCIÓN:

(a) Integración por partes:

$$\begin{cases} u = \ln x & \rightarrow & du = \frac{1}{x}dx \\ dv = x^3 dx & \rightarrow & v = \frac{x^4}{4} \end{cases}$$

$$\int x^3 \ln x dx = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{1}{4} \int x^3 dx = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{x^4}{16} + K = \frac{4x^4 \ln x - x^4}{16} + K$$

$$(b) F(1) = \frac{4 \ln 1 - 1}{16} + K = \frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{1}{16} + K = \frac{1}{8} \Rightarrow K = \frac{3}{16} \Rightarrow F(x) = \frac{4x^4 \ln x - x^4}{16} + \frac{3}{16}$$
