
1.2 Consideramos el sistema de ecuaciones lineales S_k :
$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = k \\ -2x + 4y + 2kz = 6 \\ 2x + 4y + (10 + 4k)z = 2k + 12 \end{cases}$$

- (a) Clasifica y resuelve el sistema de ecuaciones lineales S_{-6} , es decir, cuando $k = -6$.
(b) Obtén la m.e.r.f. de la matriz ampliada del sistema de ecuaciones lineales S_0 , es decir, cuando $k = 0$.
(c) Discute el sistema de ecuaciones lineales S_k , según los diferentes valores del parámetro k .

SOLUCIÓN:

(a) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & -12 \\ 2 & 4 & -14 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 & -6 \\ -2 & 4 & -12 & 6 \\ 2 & 4 & -14 & 0 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(A) = \text{rango}(B) = 2 \Rightarrow$ Este sistema es compatible indeterminado.

Solución general: $(x, y, z) = \left(\frac{-3+\lambda}{2}, \frac{3+13\lambda}{4}, \lambda\right)$

(b) La m.e.r.f. de la matriz $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 6 \\ 2 & 4 & 10 & 12 \end{pmatrix}$ es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{9}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(c) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -2 & 4 & 2k \\ 2 & 4 & 10 + 4k \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 & k \\ -2 & 4 & 2k & 6 \\ 2 & 4 & 10 + 4k & 2k + 12 \end{pmatrix}$

Para todos los valores del parámetro k , $\text{rango}(A) = \text{rango}(B) = 2$.

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones lineales S_k es siempre compatible indeterminado.
