
$$1.1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; P = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcula la matriz $B = A \cdot P$. Si P es una matriz regular, calcula la matriz $Q = P^{-1}$. ¿Es A igual a $Q \cdot B$?
- (b) Clasifica i resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es $M = (A|b)$.
- (c) Comprueba que A es una matriz de rango 3. Cambia un (y solo uno) de los nueve términos de la matriz A , hasta que obtengas una matriz E de rango 2. Calcula la m.e.r.f. de la matriz E .

SOLUCIÓN:

(a) $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\det(P) = -6$, $Q = P^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ -1 & -2 & 7 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $Q \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \neq A$.

- (b) $\det(A) = -2 \neq 0 \Rightarrow$ Este sistema es compatible determinado.

Solución: $x = 1$, $y = 3$, $z = 1$.

- (c) $\det(A) = -2 \neq 0 \Rightarrow \text{rango}(A) = 3$.

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(E) = 3x + 1.$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}; \mathcal{F}_E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{5}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
