

Càlcul Vectorial: preguntes de test i qüestions curtes

Equacions Diferencials

<https://mat-web.upc.edu/etseib/ed/>

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials (GETI)

ETSEIB – UPC

Equip docent d'Equacions Diferencials

Departament de Matemàtiques

ETS d'Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB)

Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)

[A] Integració de funcions escalars sobre corbes

1. *Reav. 23-24 [t1]*

Donat el filferro parametritzat per $\sigma(t) = \left(\frac{2t^3}{3}, t^2, t\right)$, $0 \leq t \leq 1$, i amb densitat $\rho(x, y, z) = z$, calculeu la seva massa.

- (a) 1 (b) $\frac{5}{9}$ (c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{13}{18}$ (e) $\frac{5}{2}$ (f) cap de les anteriors

2. *Reav. 22-23 [t1]*

Donat el quart d'astroide parametritzat per $\sigma(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$, $0 \leq t \leq \pi/2$, que suposem homogeni amb densitat ρ , calculeu el seu moment d'inèrcia respecte l'eix X .

- (a) $\frac{3}{8} a^2 \rho$ (b) $\frac{3}{5} a^2 \rho$ (c) $\frac{3}{8} a^3 \rho$ (d) $\frac{3}{5} a^3 \rho$ (e) cap de les anteriors

3. *Reav. 21-22 [t1]*

Calculeu la coordenada y del centre geomètric de l'arc de cicloide $\sigma(t) = (R(t - \sin t), R(1 - \cos t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

- (a) $5R/4$ (b) $6R/5$ (c) $3R/2$ (d) $4R/3$ (e) cap de les anteriors

4. *Ex. Parcial 21-22 Q1 [t1]*

Considereu la corba $y = |x|$ per $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ com una corba plana regular a trossos que representa un filferro. Suposeu que la densitat lineal del filferro és $\rho(x, y) = \cos y$. Calculeu la segona coordenada $\bar{y}$ del centre de masses del filferro.

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{\pi - 2}{2}$ (c) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (e) cap de les anteriors

5. *Ex. Parcial 20-21 Q1 [t6]*

Calculeu la longitud de la corba del pla definida per $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$, $b \leq x \leq 2b$, essent $b > 0$ un paràmetre.

- (a) $\frac{7b^3}{3} + \frac{1}{8b}$ (b) $\frac{7b^3}{6} + \frac{1}{4b}$ (c) $b^3 + \frac{7}{24b}$ (d) $\frac{b^3}{2} + \frac{7}{12b}$ (e) cap de les anteriors

6. *Ex. Final 20-21 Q1 [t3]*

Calculeu la mitjana de la distància a l'origen, per a la porció de cardioide definida en coordenades polars per $r = 5(1 + \cos \theta)$, $0 \leq \theta \leq \pi$, suposant en cada punt una densitat de massa $\rho = 2 \sin(\theta/2)$.

- (a) 2 (b) 5 (c) $5/2$ (d) 0 (e) cap de les anteriors

7. *Ex. Final 19-20 Q2 [t5]*

Considerem, sobre el semiplà $x \geq 0$, un filferro donat per l'equació $x = 15/4 - y^2$, amb densitat a cada punt igual a la distància a l'eix X . Calculeu-ne la massa.

- (a) $7/6$ (b) $13/3$ (c) $21/2$ (d) $62/3$ (e) 57 (f) cap de les anteriors

8. *Reav. 19-20 [t7]*

Calculeu la coordenada y del centre geomètric de la part de l'astroide $x^{2/3} + y^{2/3} = 3^{2/3}$ donada per les restriccions $x \geq 3/8$, $y \geq 0$.

- (a) $\frac{9\sqrt{3}}{20}$ (b) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (c) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (d) $\frac{9\sqrt{3}}{10}$ (e) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (f) $\sqrt{3}$ (g) cap de les anteriors

9. **Ex. Parcial 19-20 Q1 [t1]**
 Considerem el filferro C donat en coordenades polars per $r = 2 \cos \theta$, on $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, i amb densitat a cada punt igual a la distància a l'eix Y . Calculeu-ne la massa.
 *(a) 2π (b) 4π (c) 6π (d) 3π (e) cap de les anteriors
10. **Ex. Parcial 18-19 Q2 [t2]**
 Calculeu la massa del filferro que segueix la corba intersecció entre l'esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ i el pla $x + z = 0$, suposant que la densitat és $\rho(x, y, z) = x^2$.
 (a) $\sqrt{2}\pi$ (b) 4π (c) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ *(d) $\frac{\pi}{2}$ (e) cap de les anteriors
11. **Reav. 18-19 [t1]**
 Calculeu l'àrea de la tanca que té com a base la corba $x^2 + y^2 = R^2$ i alçària $h(x, y) = |x|e^y$.
 (a) $4Re^R$ (b) $2R(e^R + e^{-R})$ *(c) $2R(e^R - e^{-R})$ (d) $2Re^R$ (e) cap de les anteriors
12. **Reav. 18-19 [t3]**
 Sigui S l'esfera de radi R centrada a l'origen. Sigui $C \subset S$ una corba parametritzada per $\theta = \theta(t)$ i $\varphi = \varphi(t)$ amb $t \in [a, b]$, on $\theta \in [0, 2\pi]$ i $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$ denoten la longitud i la latitud sobre l'esfera, respectivament. Llavors, la longitud de la corba C ve donada per una integral $\int_a^b g(t) dt$. Quina és la funció g ?
 *(a) $g = R\sqrt{(\theta')^2 \cos^2 \varphi + (\varphi')^2}$ (b) $g = R\sqrt{(\theta')^2 \cos^2 \theta + (\varphi')^2}$
 (c) $g = R\sqrt{(\theta')^2 + (\varphi')^2 \cos^2 \theta}$ (d) $g = R\sqrt{(\theta')^2 + (\varphi')^2 \cos^2 \varphi}$
 (e) cap de les anteriors
13. **Ex. Parcial 17-18 Q2 [t2]**
 Calculeu l'àrea de la tanca que té per base la corba $(x - R)^2 + y^2 = R^2$, $y \geq 0$, i alçària $f(x, y) = x$.
 (a) $\pi(R^2 + 2)$ (b) $\pi R^2/2$ *(c) πR^2 (d) $\pi(R^2 + 1)$ (e) cap de les anteriors
14. **Reav. 17-18 [t1]**
 Si C és la circumferència $(x - a)^2 + y^2 = a^2$, calculeu la mitjana sobre C de la funció que dona la distància de cada punt a l'origen.
 (a) $2\pi a$ (b) $\sqrt{2}a$ (c) a *(d) $\frac{4a}{\pi}$ (e) cap de les anteriors
15. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t2]**
 Calculeu el moment d'inèrcia respecte de l'eix X de la circumferència en $\mathbb{R}^3$ parametritzada per

$$\sigma(t) = \left(\frac{\sqrt{3} \cos t}{2}, \frac{\sqrt{3} \sin t}{2}, \frac{1}{2} \right), \quad t \in [-\pi, \pi],$$
 quan la seva densitat de massa ve donada per $\rho(x, y, z) = |x|$.
 *(a) $3/2$ (b) $5/2$ (c) $5/6$ (d) 0 (e) cap de les anteriors
16. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t7]**
 Calculeu $\int_C f \, d\ell$ si $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = |x|, -1 \leq x \leq 1\}$ i $f(x, y) = x + 1$.
 (a) $\sqrt{2}$ *(b) $2\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{2}/2$ (d) 2 (e) cap de les anteriors
17. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t6]**
 Calculeu l'alçària mitjana de la tanca que té per base la corba $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1, y \geq 0\}$ i l'alçària ve donada a cada punt per la funció $f(x, y) = y$.
 (a) $\pi/2$ *(b) $2/\pi$ (c) $1/\pi$ (d) $4/\pi$ (e) cap de les anteriors
18. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t7]**
 Calculeu la massa d'un filferro $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ si la densitat en tot punt és igual a la distància a l'eix Y .
 (a) 1 (b) 0 (c) 2 *(d) 4 (e) 8

19. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t3]**

Tenim un filferro a $\mathbb{R}^2$ donat per la corba $x = y^2$, $0 \leq x \leq a$, amb densitat $\rho = \frac{1}{\sqrt{1+4x}}$. Calculeu el seu moment d'inèrcia respecte l'eix Y .

- (a) $\frac{2a^{5/2}}{5}$ (b) $\frac{2a}{\sqrt{1+4a}}$ (c) $\frac{2a^3}{3}$ (d) $2a\sqrt{1+4a}$ (e) cap de les anteriors

20. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t4]**

Calculeu $\int_C (x^3 + y^2) d\ell$ on C és la vora del cilindre $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4, -1 \leq z \leq 1\}$.

- (a) 16π (b) -2π (c) π (d) 1 (e) cap de les anteriors

21. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t6]**

Calculeu $\int_C f d\ell$ essent C la corba $\sigma(\theta) = (\theta \cos \theta, \theta \sin \theta, \theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$, i $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

- (a) $\frac{2}{3}[(1+2\pi^2)^{3/2} + 1]$ (b) $\frac{2}{3}[(2\pi^2 - 1)^{3/2} + 1]$ (c) $\frac{4}{3}[(1+2\pi^2)^{3/2} - 1]$ (d) $\frac{4}{3}[(1+\pi^2)^{3/2} - 1]$
(e) cap de les anteriors

22. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t6]**

Calculeu l'àrea de la tanca que té per base el quart d'astroide que ve parametrizat per $\sigma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$, $0 \leq t \leq \pi/2$, i l'alçària donada per la funció $h(x, y) = y$.

- (a) 0 (b) $3/5$ (c) $4/5$ (d) $2/5$ (e) cap de les anteriors

[B] Circulació de camps vectorials al llarg de corbes

23. **Ex. Parcial 22-23 Q1 [t1]**

Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (y^2, x, y+z)$ al llarg de la corba definida com a intersecció de les superfícies $x^2 + y^2 = 2$ i $x - y - z = 0$, orientada en sentit antihorari si la mirem des de dalt.

- (a) -1 (b) 1 (c) 2π (d) 0 (e) cap de les anteriors

24. **Av. Cont. 20-21 Q1 [t1]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y, z) = (y, 4y, 1)$ sobre la corba $C = \{(x, y, z) : z = 6x - 1, z = x^2 + 9y^2, x \geq 3\}$ amb l'orientació compatible amb el camp normal al pla $(-6, 0, 1)$.

- (a) -2π (b) $-3\pi/4$ (c) $-\pi/2$ (d) $-4\pi/3$ (e) 2π (f) $3\pi/4$ (g) $\pi/2$ (h) $4\pi/3$
(i) cap de les anteriors

25. **Reav. 19-20 [t8]**

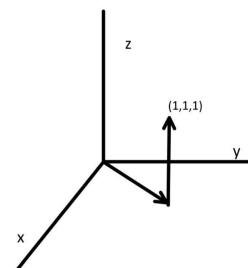
Calculeu la circulació del camp $\vec{F} = (y, x^2, x+z)$ al llarg de la corba $C = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 4, x - 2y - 2z = 0, y \geq 0\}$ orientada des del punt $(2, 0, 1)$ fins al punt $(-2, 0, -1)$.

- (a) -4π (b) -3π (c) $-\pi$ (d) π (e) 2π (f) cap de les anteriors

26. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t6]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y, z) = (z, y, x)$ al llarg de la corba C formada pels dos segments que es mostren a la figura, amb l'orientació indicada.

- (a) 1 (b) $1/2$ (c) 0 (d) $3/2$ (e) cap de les anteriors



27. **Reav. 14-15 [t3]**

Sigui C la corba que s'obté com a la intersecció de les superfícies $z = x^2$ i $x^2 + y^2 = 4$, orientada de tal manera que la coordenada z és creixent al primer quadrant. Calculeu la integral $\int_C z dx + x dy + y dz$.

- (a) 4π (b) -2π (c) -4π (d) 0 (e) cap de les anteriors

28. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t3]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y) = (\sqrt{x^2 + y^2}, 0)$ al llarg de la cardioide, que en coordenades polars té per equació $r(\theta) = 1 + \cos \theta$, orientada en sentit antihorari.

- (a) 3π (b) π *(c) 0 (d) -2π (e) cap de les anteriors

[C] Camps conservatius i teorema de Newton–Leibniz

29. **Ex. Parcial 23-24 Q2 [t1]**

Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F}(x, y) = (\frac{x}{2} + 2xy^2, 2x^2y - 2y^3)$ al llarg del tros de la corba definida per $y = \cos x$, que va del punt $(0, 1)$ fins al punt $(\pi/2, 0)$.

- (a) $\frac{\pi^2}{64} + 2$ (b) $\frac{\pi^2}{8} + \frac{1}{4}$ *(c) $\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{2}$ (d) $\frac{\pi^2}{48} + \frac{3}{2}$ (e) $\frac{\pi^2}{32} + 1$ (f) cap de les anteriors

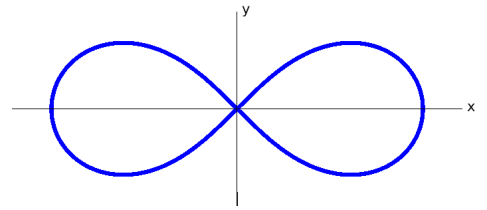
30. **Ex. Parcial 21-22 Q2 [t1]**

Considerem la corba $x^2 - y^2 = 5$, amb $\sqrt{5} \leq x \leq 3$, $y \geq 0$. Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y) = (y + \sin x, x + e^y)$ al llarg de C , orientada de manera que la coordenada y creixi.

- *(a) $5 - \cos 3 + \cos \sqrt{5} + e^2$ (b) $6 - \cos 3 + \cos \sqrt{5} + e^2$
 (c) $5 + \cos 3 - \cos \sqrt{5} - e^2$ (d) $6 + \cos 3 - \cos \sqrt{5} - e^2$
 (e) cap de les anteriors

31. **Ex. Parcial 21-22 Q1 [t3]**

Considerem a $\mathbb{R}^2$ la corba (anomenada lemniscata) definida per l'equació $3(x^2 + y^2)^2 = 100(x^2 - y^2)$ (vegeu la figura). Calculeu el treball (circulació) efectuat per la força $\vec{F} = (e^{y^2}, 2y(1 + xe^{y^2}))$ sobre una partícula que es mou al llarg de la corba, dins el primer quadrant, des del punt $(0, 0)$ fins al punt $(4, 2)$.



- (a) 0 (b) $8e^4$ (c) $2e^4 - 1$ *(d) $4(e^4 + 1)$
 (e) cap de les anteriors

32. **Ex. Final 20-21 Q2 [t2]**

La intersecció a $\mathbb{R}^3$ de les superfícies $y = \sin(x-1) \cdot \sin(x+1)$ i $z = xy$ és una corba que uneix els punts $A = (-1, 0, 0)$ i $B = (1, 0, 0)$. Es pregunta la circulació del camp $\vec{F} = (5x^4 + 3x^2y^3, 3x^3y^2 + 5y^4, 1)$ al llarg d'aquesta corba, orientada des de A fins a B .

- (a) 0 (b) 1 *(c) 2 (d) -1 (e) cap de les anteriors

33. **Reav. 20-21 [t5]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y, z) = (xy, \frac{1}{2}x^2 + z, y)$ al llarg de la corba parametritzada $\sigma(t) = (e^{t/2}, t, \cos(\pi t))$ on $0 \leq t \leq 1$.

- *(a) $(e - 2)/2$ (b) $e^2 - 1$ (c) $4(e + 1)$ (d) $8e^2 + 4$ (e) cap de les anteriors

34. **Ex. Parcial 19-20 Q2 [t1]**

Calculeu la circulació del camp de vectors $\vec{F} = (y(e^{xy} - 1), x(e^{xy} + 1))$ al llarg de la semiel·lipse $x^2/4 + y^2/81 = 1$, $y \geq 0$, orientada en sentit antihorari. [Ind.: Podeu escriure $\vec{F}$ com la suma d'un camp de vectors que provingui d'un potencial escalar més un camp de vectors "senzill".]

- *(a) 18π (b) 24π (c) 28π (d) 30π (e) cap de les anteriors

35. **Ex. Parcial 17-18 Q2 [t1]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F} = (e^y \cos x, e^y \sin x)$ al llarg del tros de circumferència centrada al punt $(1, 0)$ i de radi 1, que va del punt $(0, 0)$ al punt $(1, 1)$ en sentit antihorari.

- *(a) $e \sin 1$ (b) $(e - 1)\pi$ (c) 0 (d) $e \cos 1 - 1$ (e) cap de les anteriors

36. **Reav. 17-18 [t2]**

Sigui $\sigma(t) = (x(t), y(t), z(t))$, $t \in [0, 1]$, la parametrització d'una corba C de $\mathbb{R}^3$ (orientada de $\sigma(0)$ a $\sigma(1)$), de la qual sabem que $x(t) \cdot y(t) = t$ i $z(t) = t + 1$. Calculeu $I = \int_{C^+} \langle \vec{F}, d\vec{\ell} \rangle$, on $\vec{F}(x, y, z) = (yz e^{xy}, xz e^{xy}, 0)$. [Ind.: Podeu

calcular I directament o bé, abans de calcular I , escriure $\vec{F} = \nabla f + \vec{G}$ per una certa funció escalar $f(x, y, z)$ i un camp vectorial de la forma $\vec{G}(x, y, z) = (0, 0, g(x, y, z))$.]

- (a) $I = e + 1$ (b) $I = 2e$ (c) $I = 1 - e$ *(d) $I = e$ (e) cap de les anteriors

37. **Reav. 15-16 [t2]**

Segui $C \subset \mathbb{R}^3$ una corba qualsevol que va del punt $A = (0, 0, 0)$ al punt $B = (1, 1, 1)$. Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y, z) = (y + y^2z, x - z + 2xyz, xy^2 - y)$ al llarg de C .

- (a) $\int_C \langle F, d\vec{\ell} \rangle = -1$ *(b) $\int_C \langle F, d\vec{\ell} \rangle = 1$ (c) $\int_C \langle F, d\vec{\ell} \rangle = 0$ (d) $\int_C \langle F, d\vec{\ell} \rangle = 3$
(e) cap de les anteriors

38. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t1]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y) = (0, 1)$ al llarg de l'arc de cardioide $r = 1 + \cos \theta$, $0 \leq \theta \leq \pi$, orientat en sentit antihorari.

- (a) 1 *(b) 0 (c) -1 (d) 1/2 (e) cap de les anteriors

39. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t5]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ al llarg de la corba $\sigma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t)$ que va del punt $A = (1, 0, 1)$ al punt $B = (e^{2\pi}, 0, e^{2\pi})$.

- (a) $e^{2\pi} - 1$ (b) $e^{4\pi} + 2$ (c) $e^{4\pi} + 1$ *(d) $e^{4\pi} - 1$ (e) cap de les anteriors

[D] Teorema de Green

40. **Reav. 23-24 [t2]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y) = (2/9 + x^3 + y, y^2 + y^2 \cos y)$ al llarg del tros de la corba $y = 2/9 - x^2$ que va des del punt $(-\sqrt{2/9}, 0)$ fins al punt $(\sqrt{2/9}, 0)$.

- (a) $\frac{160}{3} \sqrt{2}$ (b) $180\sqrt{2}$ (c) $90\sqrt{2}$ *(d) $\frac{20}{81} \sqrt{2}$ (e) $\frac{20}{3} \sqrt{2}$ (f) cap de les anteriors

41. **Ex. Parcial 23-24 Q1 [t1]**

Calculeu la circulació $\oint_C 3x^2y \, dx + (y - 3) \, dy$, on C és el rectangle de vèrtexs $(0, 1)$, $(0, 5)$, $(2, 1)$ i $(2, 5)$, recorregut de manera que el segment que es troba sobre l'eix Y es recorri en sentit ascendent.

- (a) 0 (b) -108 (c) 108 *(d) 32 (e) -32 (f) cap de les anteriors

42. **Ex. Parcial 22-23 Q2 [t1]**

Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = \left(\frac{xy^2}{2}, \frac{x^3}{3} \right)$ al llarg de la circumferència de radi 1 centrada a l'origen, recorreguda en sentit antihorari.

- *(a) $\pi/4$ (b) $\pi/8$ (c) 0 (d) 2π (e) cap de les anteriors

43. **Reav. 22-23 [t2]**

Considerem a $\mathbb{R}^2$ un camp vectorial de la forma $\vec{F} = (y f(x), g(y))$. Quant val la circulació de $\vec{F}$ al llarg de la frontera ∂D del rectangle $D = [0, 3] \times [0, 2]$, orientada en sentit antihorari?

- (a) $-3 \int_0^2 g(y) \, dy$ *(b) $-2 \int_0^3 f(x) \, dx$ (c) $3 \int_0^2 g(y) \, dy$ (d) $2 \int_0^3 f(x) \, dx$
(e) cap de les anteriors

44. **Reav. 21-22 [t2]**

Donat el domini pla $D = \{(x, y) : R^2 \leq x^2 + y^2 \leq 2Rx\}$ (essent $R > 0$), calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (y^2 + \ln x, x + 2xy + \cos y)$ al llarg de la frontera ∂D recorreguda en sentit antihorari. [Ind.: Recordeu que una circumferència $(x - R)^2 + y^2 = R^2$ es pot parametritzar, en coordenades polars, per $r = 2R \cos \theta$.]

- *(a) $\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) R^2$ (b) $\frac{\pi}{2} R^2$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{2} R^2$ (d) $\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{3} \right) R^2$ (e) cap de les anteriors

45. **Av. Cont. 20-21 Q2 [t1]**

Sgui C la corba formada pel contorn del quadrat $[0, 1] \times [0, 1]$ orientada en sentit antihorari. Calculeu la circulació, al llarg de C , del camp de vectors $\vec{F} = (e^{x^2} - 2y, e^{x^2} + 2x)$.

- (a) $e - 3$ (b) $\sqrt{e} - 5$ (c) $\sqrt{e} + 1$ *(d) $e + 3$ (e) cap de les anteriors

46. **Av. Cont. 20-21 Q1 [t2]**

Donat el domini $D = \{(x, y) : (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \leq \sqrt{3}x\}$, calculeu la circulació del camp $\vec{F} = (x^2 \cos(x^2), e^{y^2} + 2x)$ al llarg de la frontera de D recorreguda en sentit antihorari. [Ind.: Recordeu que una circumferència $(x-R)^2 + y^2 = R^2$ ve descrita, en coordenades polars, per $r = 2R \cos \theta$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$.]

- *(a) $\frac{5\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{27\pi}{4} + \frac{9}{2}$ (c) $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ (d) $\frac{16\pi}{3} + 4$ (e) $\frac{4\pi}{3} + \frac{10}{3}$ (f) $\frac{8\pi}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{5}$
(g) cap de les anteriors

47. **Ex. Parcial 18-19 Q2 [t1]**

La parametrització $x(t) = 1 - t^2$, $y(t) = t^3 - t$, recorre una corba simple tancada del pla (x, y) quan t recorre l'interval $[-1, 1]$. Calculeu l'àrea encerrada per aquesta corba.

- *(a) $8/15$ (b) $21/25$ (c) $3/5$ (d) $4/3$ (e) cap de les anteriors

48. **Reav. 18-19 [t2]**

Sgui $\vec{F} = (P, Q)$ un camp vectorial definit a $\mathbb{R}^2$, que compleix $Q_x = P_y$. Quant val la circulació de $\vec{F}$ al llarg de la semicircumferència definida per $x^2 + y^2 = 1$, $y \geq 0$, recorreguda en sentit antihorari?

- (a) $\int_{-1}^1 Q(x, 0) dx$ *(b) $-\int_{-1}^1 P(x, 0) dx$ (c) 0 (d) $\int_{-1}^1 P_x(x, x) dx$ (e) cap de les anteriors

49. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t5]**

Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (x^2 + y^2, 2x^2 + 2xy)$ al llarg de la corba C definida per $y = 1 - x^2$, des del punt $(-1, 0)$ fins al punt $(1, 0)$. [Ind.: Considereu el domini comprès entre la corba i l'eix X , i apliqueu el teorema de Green-Riemann.]

- *(a) $2/3$ (b) 0 (c) $-1/3$ (d) 2 (e) cap de les anteriors

50. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t3]**

Un punt es mou al llarg de la corba tancada $C = C_1 \cup C_2$, essent

$$C_1 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, x > 0 \right\}, \quad C_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq 1, x = 0\}.$$

Calculeu el treball fet pel camp de forces $\vec{F} = (y, -x - c)$, essent c una consatnt, quan el punt sobre C dóna una volta completa en sentit antihorari.

- (a) $3\pi/2$ (b) $-c\pi/2$ *(c) -2π (d) $-3c\pi/2$ (e) cap de les anteriors

51. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t5]**

Sgui $C = C_1 \cup C_2$, on C_1 és la vora del quadrat $[-1, 1] \times [-1, 1]$ orientada en sentit antihorari, i C_2 és la vora del quadrat $[-2, 2] \times [-2, 2]$ orientat en sentit horari. Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y) = (1 - xy, 2y)$ al llarg de C .

- (a) -2 *(b) 0 (c) 2 (d) 4 (e) $-12/5$

52. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t5]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y) = (xy, x^2)$ al llarg de la corba $C = C_1 \cup C_2$ amb orientació antihorària, on C_1 és l'interval $[-R, R]$ sobre l'eix X , i $C_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = R^2, y \geq 0\}$.

- (a) R^2 (b) $R/2$ (c) $R/3$ *(d) 0 (e) cap de les anteriors

53. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t7]**

Calculeu $\oint_C [y - \ln(x^2 + y^2)] dx + 2 \arctan \frac{y}{x} dy$ on C és $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ orientada en sentit contrari a les agulles del rellotge.

- *(a) $-\pi$ (b) π (c) 2π (d) 3π (e) cap de les anteriors

[E] Integració de funcions escalars sobre superfícies

54. Ex. Parcial 23-24 Q2 [t2]

Calculeu la massa de la superfície $S = \{(x, y, z) : z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 1\}$, suposant una densitat proporcional a la distància a l'eix Z amb $k = 1/3$ com a constant de proporcionalitat.

- (a) $\frac{91\sqrt{2}}{9}\pi$ (b) $\frac{121\sqrt{2}}{12}\pi$ (c) $\frac{169\sqrt{2}}{12}\pi$ (d) $\frac{37\sqrt{2}}{6}\pi$ *(e) $\frac{38\sqrt{2}}{9}\pi$
(f) cap de les anteriors

55. Ex. Parcial 23-24 Q1 [t2]

Trobeu la tercera coordenada del centre de masses $(0, 0, \bar{z})$ del con $S = \{(x, y, z) : z = 8\sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 8\}$, suposant que la densitat ve donada per $\rho(x, y, z) = z$.

- *(a) $\bar{z} = 6$ (b) $\bar{z} = 45/8$ (c) $\bar{z} = 9/2$ (d) $\bar{z} = 21/4$ (e) $\bar{z} = 27/4$
(f) cap de les anteriors

56. Ex. Parcial 22-23 Q2 [t2]

Calculeu la massa de la superfície $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 4, x, y, \geq 0, 0 \leq z \leq 5\}$, si la densitat ve donada per $\rho(x, y) = (x + y)^2$.

- *(a) $20\pi + 40$ (b) 20π (c) $20\pi - 40$ (d) 40 (e) cap de les anteriors

57. Reav. 22-23 [t3]

Considerem la corba del pla XZ definida per $x = 1 + z^2$, $1 \leq z \leq 2$, i la fem girar al voltant de l'eix Z , generant una superfície de revolució S . Suposant que la densitat superficial a cada punt ve donada per $\rho(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4z^2}}$, calculeu la massa de S .

- (a) 11π (b) 22π (c) $10\pi/3$ *(d) $20\pi/3$ (e) cap de les anteriors

58. Ex. Parcial 22-23 Q1 [t2]

Calculeu el moment d'inèrcia respecte l'eix Z del con definit per $x^2 + y^2 = (Rz)^2$, $0 \leq z \leq 1$ (de radi R i altura 1), suposant una densitat ρ constant.

- (a) $2\pi\rho R^3$ (b) $4\pi\rho R^2\sqrt{1 + R^2}$ *(c) $\frac{\pi}{2}\rho R^3\sqrt{1 + R^2}$ (d) $\pi\rho R^2$ (e) cap de les anteriors

59. Ex. Parcial 21-22 Q2 [t2]

Considerem la corba del pla XZ donada per $z = 2 + x^2$, $x \in [-1, 1]$, i la fem girar al voltant de l'eix horitzontal X generant una superfície de revolució S . Suposant que la densitat superficial ve donada per $\rho(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4x^2}}$, calculeu la massa de la superfície S .

- (a) 4π (b) $\frac{20\pi}{3}$ (c) 10π *(d) $\frac{28\pi}{3}$ (e) cap de les anteriors

60. Reav. 21-22 [t3]

Considerem al pla XZ el rombe de vèrtexs $(1, 2)$, $(2, 0)$, $(3, 2)$ i $(2, 4)$, i el fem girar entorn de l'eix Z . Calculeu l'àrea de la superfície de revolució obtinguda.

- *(a) $16\sqrt{5}\pi$ (b) 16π (c) $4\sqrt{5}\pi$ (d) 4π (e) cap de les anteriors

61. Ex. Parcial 21-22 Q1 [t2]

Calculeu el moment d'inèrcia de la superfície $S = \{(x, y, z) : z = 1 - 2x, x^2 + y^2 \leq 1\}$ respecte l'eix Z , suposant una densitat ρ constant.

- (a) $\frac{3\pi\sqrt{2}\rho}{5}$ (b) $4\pi\sqrt{5}\rho$ *(c) $\frac{\pi\sqrt{5}\rho}{2}$ (d) $\frac{\pi\sqrt{2}\rho}{4}$ (e) cap de les anteriors

62. Av. Cont. 20-21 Q2 [t2]

Calculeu la massa de la superfície $S = \left\{(x, y, z) : z = \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2}, 8x - 6y + z \leq 1\right\}$ amb funció densitat $\rho(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{12^4 + 4(3^4x^2 + 4^4y^2)}}$.

- (a) $49\pi/3$ (b) $43\pi/3$ (c) $73\pi/6$ *(d) $169\pi/6$ (e) cap de les anteriors

63. **Ex. Final 20-21 Q2 [t3]**

Signi S una esfera de radi R . Fixant un punt $P \in S$, considerem la funció $f(Q) = \text{dist}(P, Q)$, on $Q \in S$ és un punt variable. Trobeu la mitjana de f sobre S . [Ind.: Per fixar idees, podeu suposar l'esfera centrada a l'origen i que el punt donat és el pol nord, $P = (0, 0, R)$.]

- (a) $7R/6$ (b) R (c) $3R/2$ *(d) $4R/3$ (e) cap de les anteriors

64. **Reav. 20-21 [t6]**

Calculeu el valor de la integral $\int_S (x^2 + y^2 + 3z^2) dS$, on S és l'esfera de radi R centrada a l'origen.

- (a) $\frac{20}{9} \pi R^4$ *(b) $\frac{20}{3} \pi R^4$ (c) $\frac{20}{9} \pi R^5$ (d) $\frac{20}{3} \pi R^5$ (e) cap de les anteriors

65. **Ex. Parcial 19-20 Q2 [t2]**

Calculeu la integral de la funció $g(x, y, z) = \sqrt{1 + 8z}$ sobre la superfície $S = \{(x, y, z) : z = 2(x^2 + y^2), 4z \leq 1\}$.

- (a) 36π (b) 9π *(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{25}$ (e) cap de les anteriors

66. **Ex. Final 19-20 Q2 [t6]**

Calculeu el centre geomètric de la part de l'esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ que queda per damunt del pla $z = 4$.

- (a) $(0, 0, 8)$ (b) $(0, 0, 15/2)$ *(c) $(0, 0, 17/2)$ (d) $(0, 0, 7)$ (e) $(0, 0, 13/2)$ (f) $(0, 0, 9)$
(g) cap de les anteriors

67. **Reav. 19-20 [t9]**

Calculeu l'àrea de la superfície $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 9, 0 \leq z \leq 25 + x^2 - y^2\}$.

- (a) 140π (b) 132π *(c) 150π (d) 144π (e) 124π (f) 160π
(g) cap de les anteriors

68. **Ex. Parcial 19-20 Q1 [t2]**

Calculeu l'àrea de la superfície S que és la part del pla $x + y + z = 1$, compresa entre el pla $y = 0$ i el cilindre parabòlic $y = 1 - x^2$.

- (a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ *(b) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (e) cap de les anteriors

69. **Ex. Parcial 18-19 Q1 [t1]**

Calculeu la massa de la circumferència de $\mathbb{R}^3$ donada per $\sigma(t) = (R \cos t, R\sqrt{3} \cos t, 2R \sin t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, si la densitat en cada punt és la distància al pla horitzontal $z = 0$.

- (a) $8\pi R^2$ (b) $4R^2$ (c) 0 *(d) $16R^2$ (e) cap de les anteriors

70. **Reav. 16-17 [t2]**

Considerem la part de l'astroide $y^{2/3} + z^{2/3} = 1$ que es troba al semiplà definit per $x = 0$, $y \geq 0$, i la fem girar al voltant de l'eix Z . Calculeu l'àrea de la superfície obtinguda.

- (a) $14\pi/5$ *(b) $12\pi/5$ (c) $10\pi/3$ (d) $13\pi/3$ (e) cap de les anteriors

71. **Reav. 16-17 [t3]**

Calculeu l'àrea de la porció del pla $y = z$ continguda dins de l'el·lipsoide sòlid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$.

- (a) $\frac{\pi abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ *(b) $\frac{\pi\sqrt{2} abc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ (c) πabc (d) $\frac{\pi abc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ (e) cap de les anteriors

72. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t1]**

Signi C la corba en el semiplà $\{y = 0, x \geq 0\}$ donada per $x(t) = e^t \cos t$, $z(t) = e^t \sin t$, $t \in [-\pi/2, \pi/2]$, i sigui S la superfície que s'obté en fer girar C entorn de l'eix Z . Calculeu l'àrea de S . [Ind.: $\int e^{\alpha t} \cos t dt = \frac{e^{\alpha t}}{\alpha^2 + 1}(\alpha \cos t + \sin t)$.]

- (a) $\pi\sqrt{2} \cosh(\pi)$ (b) $\frac{4\pi\sqrt{2}}{5} \sinh(\pi)$ *(c) $\frac{4\pi\sqrt{2}}{5} \cosh(\pi)$ (d) $\pi\sqrt{2} \sinh(\pi)$
(e) cap de les anteriors

73. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t3]**

Calculeu el centre de masses $(0, 0, \bar{z})$ de la semiesfera $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$, amb densitat superficial $\rho(x, y, z) = z$.

- (a) $\bar{z} = 2/5$ (b) $\bar{z} = 1/2$ (c) $\bar{z} = 3/5$ *(d) $\bar{z} = 2/3$ (e) cap de les anteriors

74. **Reav. 15-16 [t4]**

Calculeu la massa de la superfície $x^2 + y^2 = z^2$, $1 \leq z \leq 2$, si la densitat a cada punt és $\rho(x, y, z) = 1/z$.

- (a) $\pi\sqrt{2}/2$ *(b) $2\pi\sqrt{2}$ (c) $3\pi\sqrt{2}$ (d) $\pi\sqrt{2}$ (e) cap de les anteriors

75. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t2]**

Sigui S la part del cilindre $x^2 + y^2 = 1$ que es troba al primer octant i està delimitat pel pla $ax + by - z + 1 = 0$, amb $a, b > 0$. Determineu els valors de a i b que fan que l'àrea de S sigui igual a π .

- (a) $a - b = 3\pi/2$ *(b) $a + b = \pi/2$ (c) $a + b = 5\pi/2$ (d) $a - b = -3\pi/2$
(e) cap de les anteriors

76. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t1]**

Siguin L i R dos nombres tals que $0 < L < R$. Sigui $W \subset \mathbb{R}^3$ el cos de revolució que s'obté en girar al voltant de l'eix Z el domini pla $D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : |x - R| \leq L, |z| \leq L\}$. Sigui $S = \partial W$ la superfície de revolució que correspon a la frontera de W . Calculeu l'àrea de S i el volum de W .

- (a) $\text{Area}(S) = 2\pi RL$ i $\text{vol}(W) = 2\pi RL^2$ (b) $\text{Area}(S) = 4\pi^2 RL$ i $\text{vol}(W) = 2\pi^2 RL^2$
*(c) $\text{Area}(S) = 16\pi RL$ i $\text{vol}(W) = 8\pi RL^2$ (d) $\text{Area}(S) = 2\pi RL^2$ i $\text{vol}(W) = 2\pi RL$
(e) cap de les anteriors

77. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t4]**

Considerem el con S d'equació $x^2 + y^2 = z^2$, amb $0 \leq z \leq h$. Sabent que la seva àrea és $A = \pi\sqrt{2}h^2$, quina és la distància mitjana dels punts de S a l'eix del con?

- *(a) $2h/3$ (b) $h/3$ (c) $h/2$ (d) $3h/4$ (e) cap de les anteriors

78. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t8]**

Considerem la part de l'astroide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ que es troba en el semiplà $x \geq 0$ i la fem girar al voltant de l'eix Y . Trobeu l'àrea de la superfície de revolució obtinguda.

- (a) $13\pi a^2/5$ (b) $\pi a^2/5$ *(c) $12\pi a^2/5$ (d) $8\pi a^2/5$ (e) cap de les anteriors

79. **Reav. 14-15 [t4]**

El cilindre $x^2 + y^2 = x$ divideix la superfície de l'esfera unitària (de centre l'origen i radi 1) en dues superfícies S_1, S_2 , on S_1 és a dins del cilindre i S_2 fora. Calculeu el quocient de les àrees $A(S_2)/A(S_1)$.

- (a) $\frac{2\pi + 3}{2\pi - 3}$ (b) $\frac{2\pi + 6}{2\pi - 3}$ (c) $\frac{\pi + 4}{\pi - 2}$ *(d) $\frac{\pi + 2}{\pi - 2}$ (e) cap de les anteriors

80. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t1]**

Calculeu l'àrea de la superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2z = x^2 + y^2, z^2 \leq x^2 + y^2\}$.

- (a) $\frac{4\pi}{3}(5^{3/2} + 1)$ *(b) $\frac{2\pi}{3}(5^{3/2} - 1)$ (c) $\frac{2\pi}{3}(5^{3/2} + 2)$ (d) $\frac{\pi}{3}(5^{3/2} - 1)$ (e) cap de les anteriors

81. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t2]**

Calculeu la massa de la superfície S que és el tros de pla $x + y + z = 1$ en el primer octant si la densitat en tot punt ve donada per la distància del punt al pla YZ .

- (a) $\sqrt{2}/6$ (b) $\sqrt{2}/3$ (c) $\sqrt{5}/6$ *(d) $\sqrt{3}/6$ (e) cap de les anteriors

82. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t1]**

Calculeu $\int_S f \, dS$ on $f(x, y, z) = x^3$ essent S la superfície $x^2 + y^2 = 1$, $0 \leq z \leq 1$.

- *(a) 0 (b) 1 (c) $-1/2$ (d) $2/3$ (e) cap de les anteriors

83. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t3]**

Calculeu l'àrea de la superfície S continguda en el pla $\Pi = \{x + y + z = 1\}$, que es projecta sobre l'el·lipse horitzontal $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}$.

- (a) $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ *(c) $\sqrt{\frac{3}{2}}\pi$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}\pi$ (e) cap de les anteriors

84. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t7]**

Considerem al pla XZ el quadrat centrat al punt $(2, 0)$ i de costat la unitat. Sigui C la vora d'aquest quadrat, i fem girar C al voltant de l'eix Z generant una superfície de revolució S . Calculeu l'àrea de S .

- (a) $12\pi^2$ *(b) 16π (c) 4π (d) 8π (e) cap de les anteriors

[F] Flux de camps vectorials a través de superfícies

85. **Reav. 23-24 [t3]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F} = (-y, x, z^3)$ a través de la semiesfera $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0\}$, orientada per la normal exterior.

- (a) $\frac{\pi R^6}{3}$ (b) $\frac{2\pi R^3}{3}$ (c) $\frac{\pi R^8}{4}$ (d) $\frac{\pi R^4}{2}$ *(e) $\frac{2\pi R^5}{5}$ (f) cap de les anteriors

86. **Ex. Parcial 18-19 Q1 [t2]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F} = (x, y, z)$ a través de la semiesfera $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0\}$, orientada per la normal exterior a l'esfera.

- (a) $\frac{4}{3}\pi R^3$ *(b) $2\pi R^3$ (c) $4\pi R^2$ (d) $4\pi R^3$ (e) cap de les anteriors

87. **Ex. Parcial 17-18 Q2 [t3]**

Donat un domini $D \subset \mathbb{R}^2$, considereu la superfície $S = \{(x, y, z) : z = 0, (x, y) \in D\}$, orientada per $\vec{N} = (0, 0, 1)$.

El flux d'un camp vectorial $\vec{F} = (P, Q, R)$ a través de S és $\int_D h(x, y, 0) dx dy$. Quina és la funció h ?

- (a) $h = P + Q$ *(b) $h = R$ (c) $h = \frac{\partial R}{\partial z}$ (d) $h = \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$ (e) cap de les anteriors

88. **Reav. 16-17 [t4]**

Considerem el camp vectorial $\vec{F} = (1 + x, 1 + y, 1 + z)$, i sigui S la superfície definida per les quatre cares del tetràedre de vèrtexs $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ i $(0, 0, 1)$, orientada segons la normal exterior al tetràedre sòlid. Quant val

$$I = \int_{S^+} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle ?$$

- *(a) $I = 1/2$ (b) $I = 3$ (c) $I = 3/2$ (d) $I = 0$ (e) cap de les anteriors

89. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t4]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, 0)$ a través de la superfície d'equació $z = x^2 - y^2$, tallada pel cilindre $x^2 + y^2 = 1$ i orientada pel vector normal amb tercera component positiva.

- (a) $3/2$ (b) $2/3$ *(c) 0 (d) $-3/2$ (e) cap de les anteriors

90. **Reav. 15-16 [t1]**

Si una superfície ve donada en coordenades cilíndriques (r, θ, z) per l'equació $z = h(r, \theta)$, quin és el seu element de superfície?

- (a) $dS = \sqrt{h_r^2 + r^2(1 + h_\theta^2)} dr d\theta$ (b) $dS = \sqrt{r^2 + h_r^2 + h_\theta^2} dr d\theta$
 (c) $dS = r\sqrt{1 + h_r^2 + h_\theta^2} dr d\theta$ *(d) $dS = \sqrt{r^2(1 + h_r^2) + h_\theta^2} dr d\theta$
 (e) cap de les anteriors

91. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t4]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F} = (x^3, y^3, 0)$ a través de $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2 + 1, 0 \leq z \leq 1\}$, que suposem orientada segons el vector normal $(-x, -y, z)$.

- (a) $9\pi/5$ (b) $3\pi/5$ (c) $-7\pi/5$ *(d) $-14\pi/5$ (e) cap de les anteriors

92. **Av. Cont. 15-16 Q1 [t8]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ a través de $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, orientada pel vector normal (x, y, z) .

- (a) -12π (b) $-3\pi/2$ *(c) $\pi/2$ (d) $\pi/8$ (e) cap de les anteriors

93. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t2]**

Signi S el con truncat $z^2 = x^2 + y^2$, $1 \leq z \leq 2$. Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (x, y, z^2)$ a través de la superfície S orientada segons el vector normal de component vertical positiva.

- (a) $17\pi/6$ (b) $4\pi/3$ (c) $-17\pi/6$ (d) $-4\pi/3$ (e) cap de les anteriors

94. **Av. Cont. 14-15 Q2 [t7]**

Signi S el tros de l'el·lipsoide de semieixos 1 (en x), 1 (en y) i 2 (en z) que viu a l'espai $z \geq 0$ i orientat per la normal interior. Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (zx^4, z^3y^4, z)$.

- (a) $\pi/3$ (b) $-4\pi/3$ (c) $5\pi/3$ (d) $-7\pi/3$ (e) cap de les anteriors

95. **Reav. 14-15 [t7]**

Calculeu el flux del camp vectorial $\vec{F} = (0, 0, 1)$ a través de la superfície de revolució S obtinguda en girar, al voltant de l'eix Z , la corba del pla $y = 0$ donada per $x = f(z) \geq 0$, $a \leq z \leq b$. Supposeu que S està orientada per la normal exterior.

- (a) $\pi(f(a)^2 - f(b)^2)$ (b) $\frac{1}{2}(f'(b) - f'(a))$ (c) $\frac{\pi}{2}(f(a)f'(a) - f(b)f'(b))$ (d) $\frac{1}{3}(f(b)^2 f'(b) - f(a)^2 f'(a))$
(e) cap de les anteriors

96. **Reav. 14-15 [t10]**

Signi $S = S_1 \cup S_2$ amb $S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1\}$, i $S_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1, z \geq 1\}$. Calculeu el flux de $\vec{F} = (y, x, z - 1)$ a través de S orientada per la normal interior.

- (a) $-2\pi/3$ (b) $5\pi/6$ (c) $3\pi/4$ (d) $-3\pi/2$ (e) cap de les anteriors

97. **Av. Cont. 14-15 Q1 [t8]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F} = (2x^2, 3y^2, z^2)$ a través de la superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = x^2 + y^2, \frac{1}{2} \leq z \leq 1\}$ orientada en el punt $(3/4, 0, 3/4)$ pel vector $(1, 0, -1)$.

- (a) $-\frac{3\pi}{2}$ (b) $-\frac{15\pi}{32}$ (c) $\frac{\pi}{8}$ (d) $-\frac{255\pi}{512}$ (e) cap de les anteriors

98. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t5]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (\sqrt{R^2 - x^2}, 0, 2xy)$ a través de la superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = R, x, y \geq 0, 0 \leq z \leq h\},$$

orientada segons el vector normal $\frac{1}{R}(x, y, 0)$.

- (a) 0 (b) $\frac{R^2 h}{2}$ (c) $\frac{R^2 h}{4}$ (d) $\frac{Rh}{2}$ (e) cap de les anteriors

[G] Teorema de Gauss

99. **Ex. Parcial 23-24 Q1 [t3]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F} = (x^2, y^2, 6z^3)$ a través de la semiesfera definida per $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $z \geq 0$, orientada per la normal exterior.

- (a) $12\pi/5$ (b) 2π (c) $6\pi/5$ (d) 0 (e) 4π (f) cap de les anteriors

100. **Reav. 22-23 [t4]**

Calculeu el flux del camp vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (0, 5y + y^2, 0)$ a través de $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 9, 0 \leq z \leq 3 + x\}$ (tros de cilindre), orientat per la normal exterior.

- (a) 135π (b) 90π (c) -105π (d) -120π (e) cap de les anteriors

101. **Ex. Parcial 21-22 Q2 [t3]**

Signi $\vec{F}$ un camp vectorial definit a $\mathbb{R}^3$, que té divergència constant: $\text{div } \vec{F} \equiv k$. Considerem la semiesfera $S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 9, z \geq 0\}$, i sigui β el flux de $\vec{F}$ a través de S_1 , orientada pel vector normal $\vec{N}_1 = (0, 0, 1)$ en el punt $(0, 0, 3)$. Considerem ara l'altra semiesfera $S_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 9, z \leq 0\}$. Quin és el flux de $\vec{F}$ a través de S_2 , si l'orientem pel vector normal $\vec{N}_2 = (0, 0, 1)$ en el punt $(0, 0, -3)$?

- (a) $36\pi k - \beta$ (b) $\beta - 36\pi k$ (c) $\beta + 36\pi k$ (d) $-(\beta + 36\pi k)$ (e) cap de les anteriors

102. **Reav. 21-22 [t4]**

Considerem les superfícies $S_1 = \{(x, y, z) : z = 0, x^2 + y^2 \leq 4\}$ i $S_2 = \{(x, y, z) : z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}\}$, ambdues orientades pel vector normal que té la tercera component positiva. Donat el camp vectorial $\vec{F} = (3x, -y, 1+z)$, calculeu els fluxos $I_1 = \int_{S_1^+} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle$ i $I_2 = \int_{S_2^+} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle$. [Ind.: Considereu el sòlid comprès entre les dues superfícies.]

- (a) $I_1 = 4\pi, I_2 = 20\pi$ (b) $I_1 = I_2 = 16\pi$ (c) $I_1 = 0, I_2 = 16\pi$ (d) $I_1 = I_2 = 4\pi$
 (e) cap de les anteriors

103. **Av. Cont. 20-21 Q2 [t3]**

Considerem la superfície $S = S_1 \setminus S_2$, consistent en l'esfera $S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$ sense l'octant definit per $S_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 4, x, y, z \geq 0\}$. Calculeu el flux del camp vectorial $\vec{F} = (0, 0, 2z - 1)$ a través de S , orientada per la normal exterior.

- (a) $34\pi/3$ *(b) $59\pi/3$ (c) 36π (d) 54π (e) cap de les anteriors

104. **Ex. Final 20-21 Q2 [q2]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (3xz^2, z^5, -z^3)$ a través de la superfície $S = \left\{ (x, y, z) : \frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z} = 1, 1 \leq z \leq 2 \right\}$ orientada pel camp normal $\vec{N}(2, 0, 2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)$. [Ind.: Podeu "tancar" la superfície amb les el·lipses obtingudes per a $z = 1$ i $z = 2$.]

Resposta: $(16\sqrt{2} - 1)\pi$

105. **Reav. 20-21 [t7]**

Calculeu el flux del camp vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (2, 3y + 3, z)$ a través de la superfície

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, -1 \leq z \leq 1, y \geq 0\},$$

orientada pel camp normal $\vec{N}(x, y, z) = (x, y, 0)$.

- (a) $-(3\pi + 12)$ (b) $12 - 3\pi$ *(c) $3\pi + 12$ (d) $3\pi - 12$ (e) cap de les anteriors

106. **Av. Cont. 20-21 Q1 [t3]**

Considereu la superfície $S = \{(x, y, z) : x^2 + (y - z)^2 = 9, y \leq 5, z \geq 0\}$, consistent en un cilindre oblic tallat per dos plans, que suposem orientat per la normal exterior al cilindre. Calculeu el flux del camp vectorial constant $\vec{F} = (2, 3, 1)$ a través de S .

- (a) 16π *(b) -18π (c) -8π (d) 9π (e) cap de les anteriors

107. **Ex. Final 20-21 Q1 [t4]**

Calculeu el flux del camp vectorial $\vec{F} = (2x^2 - y^2, 3z^3 + 5, \sin(x + y))$ a través de la porció $y \geq \sqrt{3}$ de l'el·lipsoide $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$, orientada per la normal exterior a l'el·lipsoide.

- (a) $-112\pi/9$ (b) -9π *(c) $40\pi/3$ (d) 28π (e) cap de les anteriors

108. **Ex. Parcial 19-20 Q2 [t3]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F} = (x^2, y - 2xy, 30 - z)$ a través de la superfície $S = \{(x, y, z) : z^3 = 1 - x^2 - 4y^2, z \geq 0\}$, orientada pel vector normal $\vec{k} = (0, 0, 1)$ en el punt $(0, 0, 1)$.

- *(a) 15π (b) 10π (c) 6π (d) 5π (e) cap de les anteriors

109. **Ex. Final 19-20 Q2 [t7]**

Calculeu el flux del camp $\vec{F}(x, y, z) = (y^3, x, 3)$ a través de la superfície $S = \{(x, y, z) : 2x^2 + y^2 + z^2 = 36, y + z - 6 \leq 0\}$ orientada per la normal exterior.

- (a) 12π (b) -12π (c) 27π *(d) -27π (e) 18π (f) -18π (g) cap de les anteriors

110. **Reav. 19-20 [t10]**

Calculeu el flux de $\vec{F}(x, y, z) = (x^3 - \sin y, y^3 - \sin x, z)$ a través del cilindre $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 12\}$ orientat per la normal exterior.

- (a) 168π *(b) 288π (c) 243π (d) 486π (e) cap de les anteriors

111. **Reav. 18-19 [t4]**

Calculeu el flux del camp $\vec{r} = (x, y, z)$ a través de la superfície d'un con, $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = (Rz/h)^2, 0 \leq z \leq h\}$, orientat de manera que, en cada punt, el vector normal té la tercera component negativa.

- (a) $\frac{\pi(R^2 - h)}{2}$ (b) $-\pi R^2 h$ (c) $\frac{\pi R^2 h}{3}$ *(d) 0 (e) cap de les anteriors

112. **Ex. Parcial 18-19 Q1 [t3]**

Donat el camp vectorial $\vec{F} = (xy, x + y, -y^2)$, calculeu el flux del camp $\vec{G} = \text{rot } \vec{F}$ a través de la superfície $S = \{(x, y, z) : z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 2\}$ orientada per $\vec{N} = (0, 0, 1)$ en el punt $(0, 0, 0)$.

- (a) $-\pi$ (b) 8π (c) $-\sqrt{2}\pi$ *(d) 2π (e) cap de les anteriors

113. **Reav. 17-18 [t3]**

Calculeu el flux de $\vec{F} = (xy, 2yz, z - yz - z^2)$ a través de la superfície $S = S_1 \cup S_2$, essent

$$S_1 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x, y, z \geq 0\} \text{ orientada per } \vec{N}_1 = (x, y, z),$$

$$S_2 = \{(x, y, z) : z = 0, x^2 + y^2 \leq 1, x, y \geq 0\} \text{ orientada per } \vec{N}_2 = (0, 0, -1).$$

- (a) 0 (b) $32\pi/3$ (c) 4π *(d) $\pi/6$ (e) cap de les anteriors

114. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t6]**

Sigui $\vec{F}(z) = (P(z), Q(z), z)$ un camp vectorial que només depèn de la variable z . Donat el con

$$S = \{(x, y, z) : z^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 2\},$$

que considerem orientat per la normal exterior, quant val el flux a través de S ? [Ind.: El volum d'un con sòlid de radi R i altura h és $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$.]

- *(a) $-\frac{16\pi}{3}$ (b) 0 (c) $\frac{8\pi}{3}$ (d) 4π (e) cap de les anteriors

115. **Reav. 15-16 [t3]**

Considerem el camp $\vec{F}(x, y, z) = (2x - xy, -y, yz)$ i la regió $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq e^{x^2+y^2}, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. Calculeu el flux de $\vec{F}$ a través de la frontera de W , orientada per la seva normal exterior.

- *(a) $\oint_{\partial W} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle = \pi(e^4 - e)$ (b) $\oint_{\partial W} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle = \pi(e^2 - e)$
 (c) $\oint_{\partial W} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle = 2\pi(e^4 - e)$ (d) $\oint_{\partial W} \langle \vec{F}, d\vec{S} \rangle = 2\pi(e^2 - e)$
 (e) cap de les anteriors

116. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t8]**

Calculeu el flux de $\vec{F}(x, y, z) = (-2x, x^2, 2z)$ a través de la superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z, z \leq 2\}$ orientada pel vector $(0, 0, -1)$ a l'origen.

- (a) 9π (b) 6π *(c) -8π (d) -12π (e) cap de les anteriors

[H] Teorema de Stokes

117. **Ex. Parcial 23-24 Q2 [t3]**

Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (y^2, x^2, xy)$ al llarg del quadrilàter de vèrtexs $(0, 0, 0)$, $(0, 4/3, 0)$, $(1, 4/3, 4/3)$, $(1, 0, 0)$, recorregut en aquest mateix ordre. [Ind.: us pot ajudar relacionar la superfície $z = xy$ amb el quadrilàter considerat.]

- (a) $\frac{3}{4}$ *(b) $\frac{4}{9}$ (c) $-\frac{3}{16}$ (d) 0 (e) $-\frac{2}{9}$ (f) cap de les anteriors

118. **Reav. 23-24 [t4]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F} = (2z, 3x, y)$ al llarg de la corba intersecció entre l'hiperboloide $6x^2 + 6y^2 - z^2 = 1$ i el pla $z = x$, orientada en sentit antihorari si la mirem des de dalt.

- (a) $\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ (b) $\pi\sqrt{2}$ (c) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ (d) $\pi\sqrt{5}$ *(e) $\pi\sqrt{\frac{2}{15}}$ (f) cap de les anteriors

119. **Ex. Parcial 22-23 Q2 [t3]**

Fent girar la circumferència $C = \{(x, z) : (x - R)^2 + z^2 = r^2\}$ ($R > r > 0$) al voltant de l'eix Z obtenim com a superfície de revolució un tor. Sigui S la part del tor amb $x, y \geq 0$, orientada per la normal exterior. Donat el camp $\vec{F} = (z, y, -x)$, calculeu el flux del seu rotacional a través de S .

- (a) $-2\pi(R + r)^2$ (b) 0 (c) $2\pi r^2$ (d) $\pi(R - r)^2$ (e) cap de les anteriors

120. **Ex. Parcial 22-23 Q1 [t3]**

Considerem a $\mathbb{R}^3$ el camp vectorial $\vec{F} = (-y - yz^2 \sin(xy), x - xz^2 \sin(xy), -x^2 - y^2 + 2z \cos(xy))$. Sabent que $\text{rot } \vec{F} = (-2y, 2x, 2)$, calculeu la circulació de $\vec{F}$ al llarg de la corba $C = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, z = e^{xy}\}$, recorreguda en sentit antihorari mirada des de dalt.

- (a) $\pi/2$ (b) $-\pi$ (c) $-\pi/3$ (d) 2π (e) cap de les anteriors

121. **Av. Cont. 20-21 Q2 [t4]**

Donat el quart de cilindre $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, x, y \geq 0, 0 \leq z \leq 5\}$, calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (-y, z, x)$ al llarg de la vora ∂S , orientada de manera que el segment de $(1, 0, 0)$ a $(1, 0, 5)$ es recorri en sentit ascendent.

- (a) -8 (b) 10 (c) 12 (d) -10 (e) 8 (f) -12 (g) 0 (h) cap de les anteriors

122. **Reav. 20-21 [t8]**

Sigui la superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 5\}$, orientada per la normal exterior. Calculeu la circulació del camp $\vec{F} = (x^2, -y^2, z)$ al llarg de la vora ∂S (orientada de manera compatible).

- (a) 2π (b) $\pi^2 + 1$ (c) 0 (d) -2π (e) cap de les anteriors

123. **Av. Cont. 20-21 Q1 [t4]**

Calculeu la circulació de $\vec{F}(x, y, z) = (xz^2, 0, x + y + z)$ al llarg de la corba $C = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 9, z = -2y\}$ orientada de manera compatible amb el camp normal al pla $(0, 2, 1)$.

- (a) $\frac{18\sqrt{5}}{5}\pi$ (b) $\frac{8\sqrt{5}}{5}\pi$ (c) $-\frac{18\sqrt{5}}{5}\pi$ (d) $-\frac{8\sqrt{5}}{5}\pi$ (e) cap de les anteriors

124. **Ex. Final 20-21 Q1 [t5]**

Considerem la superfície S definida per $z = x^2 - 7y^2$, amb $(x, y) \in [-1, 1]^2$ orientada pel vector normal $(0, 0, 1)$ a l'origen. Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (e^{x^2}, z^2, xy)$ al llarg de la vora ∂S , si té l'orientació compatible amb la de S .

- (a) $-64/3$ (b) $64/3$ (c) $-56/3$ (d) $56/3$ (e) cap de les anteriors

125. **Ex. Parcial 19-20 Q2 [t4]**

Considerem la superfície S definida per $z = 4 - x^2$, $x \geq 0$, $0 \leq y \leq 2$, $z \geq 0$, orientada pel vector normal que té la tercera component positiva. Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (x, z, y^2)$ al llarg de la vora ∂S , orientada de manera compatible amb l'orientació de S .

- (a) 8 (b) 24 (c) 48 (d) 80 (e) cap de les anteriors

126. **Ex. Final 19-20 Q2 [t8]**

Considerem el tros d'el·lipsoide definit per $S = \left\{ (x, y, z) : x^2 + \frac{2y^2}{3} + z^2 = 1, y \geq -\frac{1}{2} \right\}$ i orientat per la normal exterior. Donat el camp vectorial $\vec{F} = (z, y, -x)$, calculeu el flux del camp $\vec{G} = \text{rot } \vec{F}$ a través de S .

- (a) $-2\pi/3$ (b) $-5\pi/3$ (c) $2\pi/3$ (d) $5\pi/3$ (e) cap de les anteriors

127. **Ex. Parcial 19-20 Q1 [t3]**

Considerem a $\mathbb{R}^3$ les corbes

$$C_1 = \{(x, y, z) : z = 0, x^2 + y^2 = 1, y \geq 0\}, \quad C_2 = \{(x, y, z) : y = 0, z = 1 - x^2, z \geq 0\},$$

ambdues orientades amb origen al punt $(1, 0, 0)$ i final al punt $(-1, 0, 0)$. Sigui $\vec{F}$ un camp vectorial tal que $\text{rot } \vec{F} = (0, 0, 1)$. Si I_1, I_2 són les circulacions de $\vec{F}$ al llarg de les corbes C_1, C_2 recorregudes amb l'orientació indicada, calculeu la diferència $I_1 - I_2$.

- (a) 0 (b) 4π (c) $\pi/2$ (d) $-2\pi/3$ (e) cap de les anteriors

128. **Ex. Parcial 18-19 Q2 [t3]**

Signi $S \subset \mathbb{R}^3$ el triangle de vèrtexs $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ i $(0, 0, 1)$, orientat segons el vector normal $\vec{N} = (-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$. Signi C^+ la vora de S , orientada de manera compatible amb l'orientació anterior. Calculeu sobre C^+ la circulació del camp de vectors $\vec{F}(x, y, z) = (az, bx, cy)$, on a, b, c són nombres reals qualssevol donats.

- (a) $(b - a)/2$ (b) $(a + b + c)/2$ (c) 0 *(d) $(a - c)/2$ (e) cap de les anteriors

129. **Reav. 17-18 [t4]**

Signi C la corba obtinguda com a intersecció de les superfícies $z = (x - 1)^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = 1$. Calculeu la circulació del camp vectorial $\vec{F} = (x^3z, yz, 5z^2)$ al llarg de la corba C , orientada de manera que la seva projecció sobre el pla XY es recorri en sentit antihorari.

- (a) $3/2$ (b) $-\pi/3$ *(c) 0 (d) 2π (e) cap de les anteriors

130. **Reav. 16-17 [t1]**

Signi C la intersecció del paraboloide $z = x^2 + y^2$ amb el pla $-2y + z = 3$, orientada al punt $p = (0, 3, 9)$ segons el vector tangent $(1, 0, 0)$. Calculeu la circulació $\oint_{C^+} y dx + z dy + x dz$.

- (a) 3π *(b) -4π (c) 4π (d) -3π (e) cap de les anteriors

131. **Av. Cont. 15-16 Q2 [t8]**

Calculeu la circulació del camp $\vec{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, y)$ al llarg de la vora de la superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z + x^2 + y^2 = 0, -1 \leq z \leq 0\},$$

orientada pel vector normal amb component z negativa.

- (a) $\sqrt{2}$ (b) $2\pi\sqrt{2}$ (c) 2π *(d) 0 (e) cap de les anteriors

132. **Reav. 14-15 [t9]**

Signi $\vec{F} = (xy^2, y + x, 0)$. Calculeu el flux de $\text{rot } \vec{F}$ a través de la superfície S plana limitada en el pla XY , $x \geq 0$, $y \geq 0$, per les corbes $y = x^2$ i $y = x$. Supposeu S orientada pel vector $(0, 0, 1)$.

- (a) $1/6$ (b) $-1/6$ *(c) $1/12$ (d) $-1/12$ (e) cap de les anteriors

133. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t2]**

Signi $S = S_1 \cup S_2 \subset \mathbb{R}^3$ la superfície definida per

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1\}, \quad S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1, z \geq 1\},$$

orientada segons la normal exterior. Signi $\vec{F}(x, y, z) = (-y + yz^2, x + xyz^3, x^2z^4)$. Calculeu $\int_S \langle \text{rot } \vec{F}, d\vec{S} \rangle$.

- (a) $3\pi/2$ *(b) 2π (c) 0 (d) 1 (e) cap de les anteriors

134. **Av. Cont. 13-14 Q2 [t4]**

Calculeu la circulació de $\vec{F}(x, y, z) = (0, y, 2x)$ al llarg de la corba C , consistent en el triangle format en interseccar el pla $\Pi = \{2x + 2y + z = 6\}$ amb els tres eixos de coordenades. La corba C està orientada de manera compatible amb orientar la regió plana tancada pel triangle segons el vector normal unitari $\vec{N}(x, y, z) = (2, 2, 1)/\sqrt{9}$.

- (a) 24 (b) 16 (c) -9 *(d) -18 (e) cap de les anteriors
-