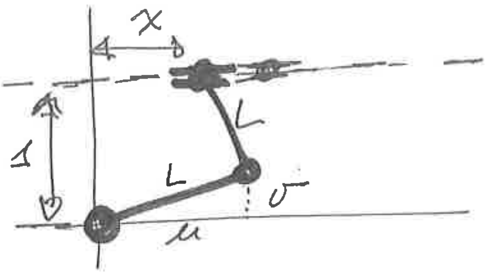
IMPLÍCITA

NOV-2015



La posició x de la corredera condiciona les coordenades (u,v) de la ròtula segons les equacions

$$\begin{cases} (u-x)^2+(v-1)^2=L^2 \\ u^2+v^2=L^2 \end{cases}$$

(1) Determineu per a quines posicions resulta $v=\frac{1}{2}$

(2) Determineu les posicions per a les quals (u,v) són funcions implícites de x

(3) Determineu les posicions per a les quals $u'=0$

Solució

(1) $v=\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} (u-x)^2=L^2-\frac{1}{4} \\ u^2=L^2-\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow -2xu+x^2=0 \Rightarrow$

$$\boxed{x=0,\ u=\sqrt{L^2-\tfrac{1}{4}}}$$

$$\cancel{x=\frac{u}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{L^2-\tfrac{1}{4}}}$$

$$\boxed{x=2u=2\sqrt{L^2-\tfrac{1}{4}},\ u=\sqrt{L^2-\tfrac{1}{4}}}$$

(2) $Jf=\begin{pmatrix} -2(u-x) & 2(u-x) & 2(v-1) \\ 0 & 2u & 2v \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} u-x & v-1 \\ u & v \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow \cancel{uv}-xv=\cancel{uv}-u \Rightarrow \begin{cases} x^2(v-1)^2+(v-1)^2=L^2 \Rightarrow \\ (x^2+1)v^2=L^2 \end{cases}$

$\Rightarrow (x^2+1)(v-1)^2=(x^2+1)v^2 \Rightarrow v^2=(v-1)^2 \Rightarrow \boxed{v=\frac{1}{2} \Rightarrow (1)}$

(3) $\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix}=-\begin{pmatrix} 2(u-x) & 2(v-1) \\ 2u & 2v \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} -2(u-x) \\ 0 \end{pmatrix}=-\frac{1/2}{-xv+u}\begin{pmatrix} v & -(v-1) \\ -u & u-x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2(u-x) \\ 0 \end{pmatrix}$

$u'=+\frac{1/2}{-xv+u}\,2v(u-x)=0 \Leftrightarrow$

$\boxed{v=0 \Rightarrow u=L,\ x=L\pm\sqrt{L^2-1}}$

$u=x \Rightarrow v=1+L \Rightarrow$
$\Rightarrow u^2+(1+L)^2=L^2$ **NO**